

Державна служба України з надзвичайних ситуацій
Національний університет цивільного захисту України

Кафедра автоматичних систем безпеки та інформаційних технологій

Конспект лекцій
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМ БЕЗПЕКИ

Черкаси – 2025

Укладач: М.М. Мурін.

Курс лекцій з дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація систем безпеки».

Під час вивчення навчальної дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація систем безпеки» сприяють розвитку професійного мислення в здобувачів вищої освіти. Отриманні знання застосовують для оцінювання існуючих автоматичних систем протипожежного захисту, які відносяться до систем безпеки. Вони допомагають оцінити результати дослідження, підвищують надійність висновків, дають підстави для теоретичних узагальнень.

Даний курс передбачає теоретичне і практичне оволодіння побудовою математичних моделей та способами їх застосування з метою використання цих результатів для правильного проектування таких систем та прогнозування роботи їх у різних початкових умовах виникнення пожежі.

Знання отримані під час вивчення навчальної дисципліни сприяють розвитку спроможності проводити аудит та перевірку систем автоматичного протипожежного захисту на відповідність вимогам чинних нормативних документів.

Відмінною особливістю даного курсу є те, що всі розглянуті алгоритми розрахунків систем безпеки, їх оптимізації за різними критеріями, застосовані на методиках, які розроблені колективом кафедри, і суттєво відрізняються від класичних підходів.

Зміст

Лекція № 1 Загальні відомості про математичне моделювання.	4
Лекція № 2 Особливості побудови математичних моделей.	22
Лекція № 3 Технічна система як об'єкт математичного моделювання	43
Лекція № 4 Математичне моделювання та оптимізація систем пожежної сигналізації	58
Лекція № 5 Математичні методи визначення параметрів систем водяного та пінного пожежогасіння	71
Лекція № 6 Оптимізація вибору елементів систем водяного пожежогасіння	86
Лекція № 7 Моделювання систем газового пожежогасіння	103
Лекція № 8 Особливості моделювання систем порошкового пожежогасіння	113
Лекція № 9 Моделювання систем аерозольного пожежогасіння	123
Лекція № 10 Оптимізаційні методи рішення задач оптимізації розподілу обмежених ресурсів	134

Модуль 1.

Форма та принципи побудови математичних моделей

Лекція № 1

Тема лекції

Загальні відомості про математичне моделювання.

Питання лекції.

Загальна характеристика дисципліни, актуальність питання

Вступ

1. Моделювання як інструмент дослідження об'єктів.
2. Класифікація моделей.
3. Форма і принципи побудови математичних моделей.

Загальна характеристика дисципліни, актуальність питання

Вивчається протягом 1-го семестру.

Загальна кількість – 120 годин

Аудиторних – 60 годин.

Лекцій – 20 годин.

Семінарські та практичні заняття – 40 годин.

Передмова

Повномасштабне вторгнення російської федерації в Україну та запровадження воєнного стану внесли свої корективи у всі сфери суспільного життя. Перед Державною службою України з надзвичайних ситуацій також постали нові виклики, які потребували оперативного реагування, модифікації, нових алгоритмів дій та логістичних рішень для ефективної діяльності в нових надскладних умовах.

У часі війни активізувалось й міжнародне співробітництво, що уможливило ґрунтовне вивчення механізмів функціонування та побудови систем цивільного захисту Європейського Союзу, що є актуальним для України, яка обрала курс на європейську інтеграцію. Досвід Німеччини, Франції, Великої Британії, Австрії та інших країн ЄС, які створили потужні системи цивільного захисту, що забезпечили захист населення і територій цих держав від надзвичайних ситуацій різного характеру, узагальнено в дев'ятому розділі посібника «Міжнародне співробітництво для України».

На формування внутрішнього середовища безпеки держави впливає ряд чинників (процесів та явищ), які утворюють умови життєдіяльності

суспільства і держави, що позначаються на колективній та індивідуальній поведінці людей. Серед таких процесів та явищ, зокрема, можна виділити сукупність економічних, політичних, соціальних, матеріальних, культурних і духовних умов життєдіяльності суспільства, що забезпечують захист від загроз внутрішнього характеру. На жаль, вже понад три роки на стан внутрішнього безпекового середовища країни також впливають військово-політичні чинники, які стали чи неосновним фактором, що спричинює негативну дію на всі умови життєдіяльності громадян нашої держави.

З початку військової агресії рф відбувається постійна руйнація значної частини інфраструктури країни, житлових, промислових будівель та споруд, наносяться величезні матеріальні збитки як окремим громадянам, так і державі в цілому. Тому серед переліку процесів та явищ впливу на формування внутрішнього середовища безпеки країни необхідно також виділити ще один чинник – інфраструктурний. Інфраструктурні чинники, що впливають на формування внутрішнього середовища безпеки держави, включають в себе наступні процеси та явища: загальну руйнацію та погіршення технічного стану критичної інфраструктури, промислових споруд та житлових будівель; виникнення техногенних і природних катастроф на території країни; стан об'єктів фонду захисних споруд цивільного захисту; наявність значного мінного забруднення територій держави та постійного зростання, а також уразливість інформаційної інфраструктури до зовнішніх і внутрішніх кібератак. Цей перелік не є вичерпним, адже він може змінюватись в залежності від умов життєдіяльності суспільства в конкретний проміжок часу. Ми назвали основні інфраструктурні фактори безпекового середовища країни саме в умовах війни.

За даними Київської школи економіки станом на червень 2024 року загальна сума прямих задокументованих збитків, завданих інфраструктурі України через повномасштабне вторгнення рф, оцінюється у 150,5 млрд дол. США.

Найбільшу частку у загальному обсязі прямих збитків становлять втрати житлового фонду – близько 167,2 тис. будівель на суму 55,9 млрд дол. США.

На другому місці транспортна інфраструктура, дорожнє господарство, авіаційна та портова галузь – 81 тисячі кілометрів доріг, 19 аеропортів і цивільних аеродромів, щонайменше 126 залізничних вокзалів і станцій, все це на загальну суму 36,6 млрд дол. США. Також значних руйнувань зазнали заклади освіти – майже 3,4 тис. будівель на 9,7 млрд дол. США [1].

Значних руйнувань завдано об'єктам критичної інфраструктури. Так, зарозрахунками Світового банку, внаслідок численних ракетних ударів,

нанесених рф, енергетична система країни зазнала шкоди на суму 11 млрд дол. США [2]. Зокрема, понад 47% енергетичної інфраструктури зазнало різного ступеня руйнувань, а саме 44% атомної генерації (включно з окупованою ЗАЕС), 78% потужностей ТЕС, 66% – блочних ТЕЦ, 12% – ГЕС, 75% – вітрової генерації та більше 20% – сонячної [3].

Також зруйновано або пошкоджено об'єкти виробничої і соціальної інфраструктури, державні та приватні житлові і нежитлові будівлі, транспортні засоби та мережі, виведено з ладу каналізаційну й дренажну системи, систему електропостачання.

Необхідно також згадати про значні ризики руйнації атомної енергетичної галузі внаслідок постійних ракетних обстрілів військами рф території країни, а також захоплення окупаційними військами території Запорізької АЕС. Зокрема, в липні поточного року ГУР МО України попередило, що є велика ймовірність організації російськими окупантами на Запорізькій АЕС чергової збройної провокації, що може призвести до аварії, чим викликали значне занепокоєння світового суспільства та громадян України. Також Державна інспекція з ядерного регулювання України попередила про намір окупантів перевести ще один енергоблок АЕС у стан «гарячого зупину», що створює додаткові суттєві ризики для ядерної та радіаційної безпеки країни [4].

Особливу увагу необхідно приділити захисту об'єктів інфраструктури в зоні проведення безпосередніх бойових дій. Адже спричинені збройним конфліктом пошкодження об'єктів критичної інфраструктури, у т. ч. водоочисних споруд, хімічних заводів і сільськогосподарських підприємств, становлять серйозну загрозу для населення і докіль не лише території прифронтової зони, а й всієї країни. Болючим питанням формування внутрішнього середовища безпеки держави в умовах війни є стан об'єктів фонду захисних споруд цивільного захисту. Після початку широкомасштабного вторгнення рф на територію України та здійснення постійних ракетних обстрілів критичної інфраструктури та цивільного населення сфері цивільного захисту проявились серйозні недоліки, зокрема щодо наявності та використання захисних споруд (укриттів, бомбосховищ). Чернігові, Харкові, Миколаєві, Одесі, Сумах, Дніпрі, Конотопі, Білій Церкві [6].

Відповідно існуюча система цивільного захисту не в змозі цілком забезпечити захист фізичних осіб від ризиків, пов'язаних з бойовими діями.

Четвертий рік триває війна. Російська навала не дає нам спокою. У такі важкі часи значно зростає роль систем безпеки на об'єктах різного призначення. Своєчасне оповіщення громадян про загрозу, сповіщення про виникнення нештатних ситуацій і подальшої передачі отриманої інформації, автоматичний протипожежний захист є дуже важливим напрямком для забезпечення безпеки. За допомогою моделювання, розробки і впровадження таких систем ця мета буде досягнута.

У цьому нам допоможе вивчення дисципліни «Математичне моделювання та оптимізація систем безпеки».

Вступ

Модель - ефективний засіб наукового пізнання. Вона приходить на допомогу досліднику тоді, коли досліджуваний об'єкт не може бути вивчений безпосередньо через громіздкість, віддаленість, в силу притаманних йому надмірно високих або низьких температур, тисків та ін.; в силу того, що безпосереднє вивчення може привести до порушення функціонування об'єкта або навіть до його руйнування. Гідність моделювання полягає також в тому, що воно дозволяє вивчати об'єкти, яких ще немає і які повинні бути створені. У цьому випадку спочатку будується модель, а потім, після того як вона успішно пройде теоретичну і експериментальну перевірку, на її основі створюється сам об'єкт.

До допомоги моделей вдаються в численних і різноманітних випадках. Їх основна функція - пізнавальна - не є єдиною. Наступні п'ять функцій стали вже звичними:

- 1) засіб осмислення дійсності;
- 2) засіб спілкування (креслення, схема);
- 3) засіб навчання і тренаж (тренажери льотчиків, космонавтів);
- 4) засіб прогнозування (наприклад, погоди);
- 5) засіб постановки експериментів не тільки фізичних, а й численних на ЕОМ.

Питання 1. Моделювання як інструмент дослідження об'єктів.

Математичне моделювання – потужний інструмент розв'язання технічних, інженерних і наукових проблем, що ґрунтуються на використанні математичних моделей. Сучасні досягнення науки та техніки були б неможливі без розроблення та застосування ефективних засобів математичного моделювання. Розумно керувати складними процесами в наш час теж неможливо без використання адекватних математичних моделей.

Рішення переважної більшості наукових та інженерно-технічних завдань (проектування і оптимізація систем, оптимальне управління об'єктом, вивчення механізму явищ, прогнозування розвитку процесів в часі та ін.) базується на математичному моделюванні. Володіння теоретичною базою і інструментами математичного моделювання має бути невід'ємним атрибутом сучасного фахівця в області забезпечення безпеки сучасних об'єктів.

Слово "Модель" походить від латинського *modus* (копія, образ, обрис). Моделювання - це заміщення деякого об'єкта А іншим об'єктом Б. Заміщений об'єкт А називається оригіналом чи об'єктом моделювання, а заміщаючий Б - моделлю. Іншими словами, модель - це об'єкт-замінник об'єкта-оригіналу, що забезпечує вивчення деяких властивостей оригіналу.

Метою моделювання є одержання, опрацювання, подання і використання інформації про об'єкти, які взаємодіють між собою і зовнішнім середовищем; а модель тут виступає як засіб пізнання властивостей і закономірності поведінки об'єкта.

Моделювання широко використовується в різних сферах людської діяльності, особливо в сферах проектування та управління, де особливими є процеси прийняття ефективних рішень на основі отриманої інформації.

Модель завжди будується з певною метою, яка надає вплив на те, які властивості об'єктивного явища виявляються суттєвими, а які - ні. Модель являє собою проекцію об'єктивної реальності під певним кутом зору. Іноді, в залежності від цілей, можна отримати ряд проекцій об'єктивної реальності, що вступають у протиріччя. Це характерно, як правило, для складних систем, у яких кожна проекція виділяє суттєве для певної мети з безлічі несуттєвого.

Теорією моделювання є розділ науки, що вивчає способи дослідження властивостей об'єктів-оригіналів, на основі заміщення їх іншими об'єктами-моделями. В основі теорії моделювання лежить теорія подібності. При моделюванні абсолютна подібність не має місця і лише прагне до того, щоб модель досить добре відображала досліджувану сторону функціонування об'єкта. Абсолютна подібність може мати місце лише при заміні одного об'єкта іншим точно таким же.

Під *моделлю* будемо розуміти певний матеріальний чи подумки представлений об'єкт, який у процесі дослідження заміщає об'єкт-оригінал так, що його безпосереднє вивчення дає нові знання про об'єкт-оригінал. Для одного і того ж об'єкта можуть існувати різні моделі, класи моделей, які відповідають різним цілям його вивчення.

Питання 2. Класифікація моделей

Існує багато різноманітних класифікацій математичних моделей. Зокрема, вирізняють моделі: статичні й динамічні, диференціальні й інтегральні, детерміновані і статистичні, лінійні та нелінійні, геометричні, топологічні, імітаційні, оптимізаційні тощо.

У загальному випадку всі моделі, незалежно від областей і сфер їх застосування, бувають трьох типів: пізнавальні, прагматичні і інструментальні.

Пізнавальна модель - форма організації і представлення знань, засіб з'єднання нових і старих знань. Пізнавальна модель зазвичай підганяється під реальність і є теоретичною моделлю. Прикладів пізнавальних моделей безліч. Це лабораторні установки, за допомогою яких студенти вивчають наукові дисципліни, експериментальні установки, створені для розробки певного проекту, ноти, моделі створені за допомогою комп'ютера, схеми електричних мереж, тягових підстанцій, наукові теорії, моделі атома, всесвіту і тому подібні.

Прагматична модель - засіб організації практичних дій, робочого уявлення цілей системи для її управління. Реальність в них підганяється під певну прагматичну модель. Це, як правило, прикладні моделі. Вони не менш розповсюджені, з ними ми зустрічаємось кожен день. Реклама зачісок, одягу, взуття, це прагматичні моделі призначені для того, щоб їм наслідувати, виробити певний стиль, забезпечити покупку тих чи інших товарів. Модельний бізнес, фото моделі – це також прагматичні моделі. Вони служать зразками, еталонами і призначені для виховання певних естетичних уявлень, для копіювання, для керівництва в конкретній діяльності. Вимоги стандарту до розмірів різьби болта та гайки, стандарти тролейбуса, автомобіля, це також прагматичні моделі, які служать цілям забезпечення виробництва та експлуатації технічних засобів. Прагматичні моделі – це також збірники законів, правил які регламентують поведінку людей.

Інструментальна модель - засіб побудови, дослідження і використання прагматичних або пізнавальних моделей.

Пізнавальні відображають існуючі, а прагматичні - хоч і не існуючі, але бажані і, можливо, виконані відносини і зв'язку.

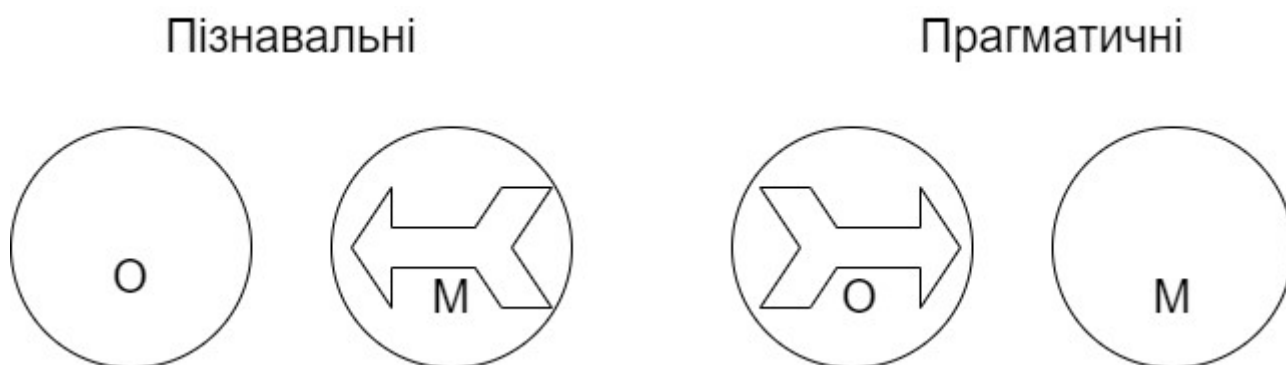


Рис 1. Співвідношення між об'єктом моделювання і моделлю у пізнавальних та прагматичних моделях.

(літерами О та М позначено об'єкт моделювання та модель).

Співвідношення полягає в тому, що коли пізнавальна модель не відповідає дійсності (модель не адекватна оригіналу), то потрібно змінити модель, коли ж прагматична моделі не відповідає дійсності, то навпаки – потрібно змінювати об'єкт.

Розглянемо декілька прикладів. Пізнавальною моделлю будови світу в середні віки була геоцентрична модель, або модель Птолемея. Згідно з нею світ являв собою сукупність небесних сфер, які обертаються навколо Землі. У центрі всіх сфер знаходилась Земля, а на кожній зі сфер знаходились планети. На одній із сфер, третій – Сонце, а на самій віддаленій, сьомій сфері - нерухомі зірки. За сферами було місце для богів, які керували світом. Створена ця модель буда в кінці 10 сторіччя. Вона проіснувала більше дев'яти сторіч до відкриттів Коперніка і Джордано Бруно. Вона задовольняла всім потребам науки того часу. Коли науково було доведено невідповідність такої моделі об'єкту моделювання, неадекватність її для пояснення астрономічних явищ, то модель була замінена геліоцентричною моделлю сонячної системи Коперніка, в центрі якої знаходиться Сонце, а планети, в тому числі і Земля рухаються навколо Сонця.

Інший приклад це планетарна модель атома створена Резерфордом: атом містити ядро, навколо якого по еліптичним орбітам рухаються електрони. Після відкриття законів квантової механіки була замінена моделлю, в якій електронам відповідає певна електронна хмаринка, розподілена в просторі навколо ядра атома.

Таких прикладів можна навести багато. Важливо підкреслити, що для вказаного типу моделей, а саме для пізнавальних моделей, у випадку невідповідності моделі дійсності змінюється модель.

Зовсім інше співвідношення між об'єктом та дійсністю для прагматичних моделей. У випадку, коли прагматична модель не відповідає

об'єкту виникає необхідність зміни об'єкту моделювання, а не моделі. Наприклад, якщо тролейбус, який розробляє конструктор, або виготовляють на заводі, по певних параметрах не відповідає стандарту, тобто моделі, то змінюється конструкція тролейбуса – об'єкт моделювання. Виготовлений тролейбус приводиться у відповідність з прагматичною моделлю, а саме до стандарту.

Можна навести ще ряд прикладів. Якщо студент зобразить схему розміщення пожежних сповісвачів або зрошувачів з порушеннями правил ЄСКД, то викладач заставить його переробити її. Якщо, наприклад, наша зачіска не відповідає певній нормі, певному зразку, моделі, то ми йдемо у перукарню і змінюємо зачіску, а прагматична модель, до якої ми прагнули, залишається незмінною. При порушенні законів суспільства, особа яка їх порушила, карається відповідно з тим же законом. Отже ми бачимо, що в прагматичних моделях, якщо об'єкт не відповідає моделі, то змінюють об'єкт моделювання, а сама модель залишається незмінною.

Поділ на пізнавальні та прагматичні моделі, як і всякий поділ, є відносним. Наприклад, твори мистецтва можуть бути як пізнавальними так і прагматичними моделями. Вони відображають світ, дозволять його глибше пізнати. З цієї точки зору твори мистецтва є пізнавальними моделями. Але ці ж твори мистецтва можуть бути зразками для наслідування і тоді вони виступають в якості прагматичних моделей.

Вся інша класифікація моделей вибудовується по відношенню до об'єкта-оригіналу, методам вивчення і т.п.

2.1. Класифікація моделей за ступенем абстрагування моделі від оригіналу.

За ступенем абстрагування від оригіналу моделі можуть бути розділені на матеріальні (фізичні) і ідеальні. До матеріальних належать такі способи, при яких дослідження ведеться на основі моделі, що відтворює основні геометричні, фізичні, динамічні і функціональні характеристики досліджуваного об'єкта. Основними різновидами фізичних моделей є:

- натурні;
- квазінатурні;
- масштабні;
- аналогові.

Натурні - це реальні досліджувані системи, які є макетами та досвідченими зразками. Натурні моделі мають повну адекватність з системою-оригіналом, що забезпечує високу точність і достовірність результатів

моделювання; іншими словами, модель натурна, якщо вона є матеріальна копія об'єкта моделювання.

Квазінатурне (від лат. «Квазі» - майже) - це сукупність натурних і математичних моделей. Цей вид моделей використовується у випадках, коли математична модель частини системи не є задовільною або коли частина системи повинна бути досліджена у взаємодії з іншими частинами, але їх ще не існує або їх включення в модель ускладнено або дорого.

Масштабні моделі - це системи тієї ж фізичної природи, що і оригінал, але відрізняються від нього розмірами. В основі масштабних моделей лежить математичний апарат теорії подібності, який передбачає дотримання геометричної подоби оригіналу і моделі і відповідних масштабів для їх параметрів. Прикладом масштабного моделювання є будь-які розробки макетів будинків, а часом і цілих районів, при проведенні проектних робіт при будівництві. Також масштабне моделювання використовується при проектуванні великих об'єктів в літакобудуванні і суднобудуванні.

Аналогове моделювання ґрунтується на аналогії процесів і явищ, мають різну фізичну природу, але однаково описуваних формально (одними і тими ж математичними рівняннями, логічними схемами і т.п.). Як аналогових моделей використовуються механічні, гідравлічні, пневматичні системи, але найбільш широке застосування отримали електричні та електронні аналогові моделі, в яких сила струму або напругу є аналогами фізичних величин має іншу природу.

Ідеальне моделювання носить теоретичний характер. Розрізняють два типи ідеального моделювання: інтуїтивне і знакова.

Під **інтуїтивним** будемо розуміти моделювання, засноване на інтуїтивному уявленні про об'єкт дослідження, що не піддається формалізації або не є потрібним. У цьому сенсі, наприклад, життєвий досвід кожної людини може вважатися його інтуїтивної моделлю навколишнього світу.

Знаковим називається моделювання, що використовує в якості моделей знакові перетворення різного виду: схеми, графіки, креслення, формули, набори символів і т.п., що включають сукупність законів, за якими можна оперувати з вибраними знаковими елементами. Знакова модель може ділитися на лінгвістичну, візуальну, графічну і математичну моделі.

Модель лінгвістична, якщо вона представлена деякими лінгвістичним об'єктом, формалізованою мовною системою або структурою. Іноді такі моделі називають вербальними.

Модель візуальна, якщо вона дозволяє візуалізувати відносини і зв'язку модельованої системи, особливо в динаміці. Наприклад, на екрані комп'ютера

часто користуються візуальної моделлю об'єктів, клавіатури в програмі-тренажері з навчання роботі на клавіатурі.

Модель графічна, якщо вона представлена геометричними образами і об'єктами.

Найважливішим видом знакового моделювання є математичне моделювання, класичним прикладом математичного моделювання є опис і дослідження основних законів механіки І. Ньютона засобами математики.

Математичні моделі класифікуються за:

- приналежності до ієрархічного рівня;
- характером відображуваних властивостей об'єкта;
- способом подання властивостей об'єкта;
- способу отримання моделі;
- формою подання властивостей об'єкта;
- змістом імовірнісних компонентів.

За належністю до ієрархічним рівнем математичні моделі діляться на моделі мікрорівня, макрорівня, метауровня.

Математичні моделі на мікрорівні процесу відображають фізичні процеси, що протікають, наприклад, в напівпровідникових приладах. Вони описують процеси на рівні переходу (проходу).

Математичні моделі на макрорівні процесу описують технологічні процеси.

Математичні моделі на метауровні процесу описують технологічні системи (ділянки, цехи, підприємство в цілому).

За характером відображуваних властивостей об'єкта моделі можна класифікувати на структурні і функціональні.

Модель структурна, якщо вона представлена структурою даних або структурами даних і відносинами між ними; наприклад, структурною моделлю може служити опис (табличне, графові, функціональне або інше) трофічної структури екосистеми.

У наведеній класифікації деякі моделі мають подвійне тлумачення (наприклад - аналогові). Всі моделі, крім натурних, можна об'єднати в один клас уявних моделей, тому що вони є продуктом абстрактного мислення людини.

Питання 3. Форма і принципи побудови математичних моделей.

Зупинимося на одному з найбільш універсальних видів моделювання - математичному, які ставлять у відповідність моделируемому фізичному

процесу систему математичних співвідношень, рішення якої дозволяє отримати відповідь на питання про поведінку об'єкта без створення фізичної моделі, часто опиняються дорогою і неефективною.

Математичне моделювання - це засіб вивчення реального об'єкта, процесу або системи шляхом їх заміни математичною моделлю, більш зручною для експериментального дослідження за допомогою ЕОМ.

Математична модель є наближеним представленням реальних об'єктів, процесів або систем, вираженим в математичних термінах і зберігає суттєві риси оригіналу.

Математичною моделлю будемо називати сукупність понять і відносин, виражених за допомогою системи математичних символів і позначень, які відображають найбільш істотні (характерні) властивості досліджуваного об'єкта (системи).

Застосування математичних методів при вивченні реально існуючих або мислимих систем буде ефективним, якщо властивості математичної моделі задовольняють вимогам. Розглянемо основні з цих властивостей [1,2].

Повнота математичної моделі дозволяє відобразити в достатній мірі саме ті характеристики і особливості системи, які цікавлять нас з точки зору поставленої мети проведення моделювання. Наприклад, модель може досить повно описувати протікають в системі процеси, але не відображати її габаритні, масові та вартісні характеристики.

Точність математичної моделі дає можливість забезпечити прийнятне збіг реальних і знайдених за допомогою математичної моделі значень вихідних змінних систем, складаючих вектор

$$Y = y_1, y_2, \dots, y_n.$$

Нехай y_i^M та y_i^P - знайдене за допомогою математичної моделі і реальне значення i -й вихідний змінної. Тоді відносна похибка математичної моделі по відношенню до цієї змінної при одних і тих же значеннях вхідних змінних буде визначатися співвідношенням:

$$\varepsilon_i = \frac{|y_i^M - y_i^P|}{y_i^P}, \quad i = \overline{1, n}.$$

У якості скалярної оцінки вектора похибки моделі $\varepsilon = \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ можна прийняти будь-яку його норму, наприклад:

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i} \quad \text{або} \quad \varepsilon = \max_i |\varepsilon_i|.$$

Для моделей, призначених для приблизних розрахунків, задовільною вважається точність 10-15%, а для моделей, призначених для використання в керуючих і контролюючих системах, задовільною вважається точність 1-2%.

Адекватність математичної моделі відображає ступінь відповідності результатів, отриманих за розробленою моделі, даними експерименту або тестового завдання. Якщо система, для якої розробляється модель, існує, то порівнюють вихідні дані моделі і цієї системи. У тому випадку, коли два набори даних виявляються подібними, модель існуючої системи вважається адекватною. Чим більше спільного між існуючою системою і її моделлю, тим більше впевненість у правильності моделі системи.

При цьому адекватність математичної моделі залежить від мети моделювання і прийнятих критеріїв. Перевірка адекватності моделі необхідна для того, щоб переконатися в справедливості сукупності гіпотез, сформульованих на першому етапі розробки моделі, і точності отриманих результатів, необхідних технічного завдання.

Економічність математичної моделі оцінюють витратами на обчислювальні ресурси, необхідні для проведення обчислювального експерименту з математичною моделлю на комп'ютері.

Очевидно, що вимоги до економічності, точності та адекватності математичної моделі суперечливі і на практиці можуть бути задоволені лише на основі розумного компромісу.

Робастність математичної моделі характеризується її стійкістю по відношенню до погрешностей вихідних даних, здатність нівелювати ці похибки і не допускати їх надмірного впливу на результат обчислювального експерименту.

Продуктивність математичної моделі пов'язана з можливістю розташовувати досить достовірними даними. Якщо вони є результатами вимірювань, то точність їх вимірів не повинна бути нижче, ніж для тих змінних, які виходять при використанні математичної моделі. В іншому випадку математична модель буде не продуктивною і її застосування для аналізу конкретної системи втрачає сенс.

Математичні моделі в кількісній формі, за допомогою логіко-математичних конструкцій, описують основні властивості об'єкта, процесу або системи, його параметри, внутрішні та зовнішні зв'язки.

У загальному випадку математична модель реального об'єкта, процесу або системи представляється у вигляді системи функціоналів

$$\Phi_i(X, Y, Z, t) = 0,$$

де X - вектор вхідних змінних, $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]^t$

Y - вектор вихідних змінних, $Y = [y_1, y_2, y_3, \dots, y_N]^t$

Z - вектор зовнішніх впливів, $Z = [z_1, z_2, z_3, \dots, z_N]^t$

t - координата часу.

Побудова *математичної моделі* полягає у визначенні зв'язків між тими чи іншими процесами і явищами, створення математичного апарату, що дозволяє висловити кількісно і якісно зв'язок між тими чи іншими процесами і явищами, між важливими факторами фізичними величинами, і факторами, що впливають на кінцевий результат.

Зазвичай їх виявляється настільки багато, що ввести в модель всю їх сукупність не вдається.

При побудові математичної моделі перед дослідженням виникає завдання виявити і виключити з розгляду фактори, несуттєво впливають на кінцевий результат (математична модель зазвичай включає значно менше число факторів, ніж в реальній дійсності). На основі даних експерименту висувуються гіпотези про зв'язок між величинами, що виражають кінцевий результат, і факторами, введеними в математичну модель. Такий зв'язок найчастіше виражається системами диференціальних рівнянь в приватних похідних (наприклад, в задачах механіки твердого тіла, рідини і газу, теорії фільтрації, теплопровідності, теорії електростатичного та електродинамічного полів).

Кінцевою метою цього етапу є формулювання математичної задачі, рішення якої з необхідною точністю виражає результати, що цікавлять фахівця.

Форма і принципи подання математичної моделі залежить від багатьох факторів.

За принципам побудови математичні моделі поділяють на:

1. аналітичні;

2. імітаційні.

В *аналітичних моделях* процеси функціонування реальних об'єктів, процесів або систем записуються у вигляді явних функціональних залежностей.

Аналітична модель розділяється на типи в залежності від математичної проблеми:

1. рівняння (алгебраїчні, трансцендентні, диференціальні, інтегральні), апроксимаційні завдання (інтерполяція, екстраполяція, чисельне інтегрування і диференціювання),
2. задачі оптимізації,
3. стохастичні проблеми.

Однак по міру ускладнення об'єкта моделювання побудова аналітичної моделі перетворюється в важковирішувану проблему. Тоді дослідник змушений використовувати імітаційне моделювання.

В *імітаційному моделюванні* функціонування об'єктів, процесів або систем описується набором алгоритмів. Алгоритми імітують реальні елементарні явища, що становлять процес або систему зі збереженням їх логічної структури і послідовності протікання в часі. Імітаційне моделювання дозволяє по значенням вихідних даних отримати відомості про стани процесу або системи в певні моменти часу, проте прогнозування поведінки об'єктів, процесів або систем тут важко. Можна сказати що імітаційні моделі - це обчислювальні експерименти з математичними моделями, що проводяться на ЕОМ, які імітують поведінку реальних об'єктів, процесів або систем.

Залежно від характеру досліджуваних реальних процесів і систем математичні моделі можуть бути:

1. детерміновані,
2. стохастичні.

У *детермінованих моделях* передбачається відсутність будь-яких випадкових впливів, елементи моделі (змінні, математичні зв'язки) досить точно встановлені, поведінка системи можна точно визначити.

При побудові детермінованих моделей найчастіше використовуються алгебраїчні рівняння, інтегральні рівняння, матрична алгебра.

Стохастична модель враховує випадковий характер процесів в досліджуваних об'єктах і системах, який описується методами теорії ймовірності та математичної статистики.

По виду вхідної інформації моделі поділяються на:

1. безперервні,
2. дискретні.

Якщо інформація і параметри є безперервними, а математичні зв'язки стійкі, то модель - безперервна. І навпаки, якщо інформація і параметри - дискретні, а зв'язки нестійкі, то і математична модель - дискретна.

За поведінки моделей в часі вони поділяються на:

1. статичні,
2. динамічні.

Статичні моделі описують поведінку об'єкта, процесу або системи в будь-який момент часу.

Динамічні моделі відображають поведінку об'єкта, процесу або системи в часі.

За ступенню відповідності між математичною моделлю і реальним об'єктом, процесом або системою математичні моделі поділяють на:

1. ізоморфні (однакові за формою),
2. гомоморфні (різні за формою).

Модель називається ізоморфною, якщо між нею і реальним об'єктом, процесом або системою існує повне поелементна відповідність.

Гомоморфной - якщо існує відповідність лише між найбільш значними складовими частинами об'єкта і моделі.

Надалі для короткого визначення виду *математичної моделі* в наведеної класифікації будемо користуватися наступними позначеннями:

Перша буква:

Д - детермінована,

З - стохастична.

Друга літера:

Н - безперервна,

Д - дискретна.

Третя буква:

А - аналітична,

І - імітаційна.

Вивчаючи умови існування моделі ми звернули увагу на взаємовідношення моделі та навколишнього середовища. Розглянемо також інші сторони моделі. Складовими частинами процесу моделювання є:

- об'єкт моделювання,
- модель,
- суб'єкт моделювання,
- навколишнє середовище.

„Модель” моделі можна зобразити таким чином, як показано на рис. 2.

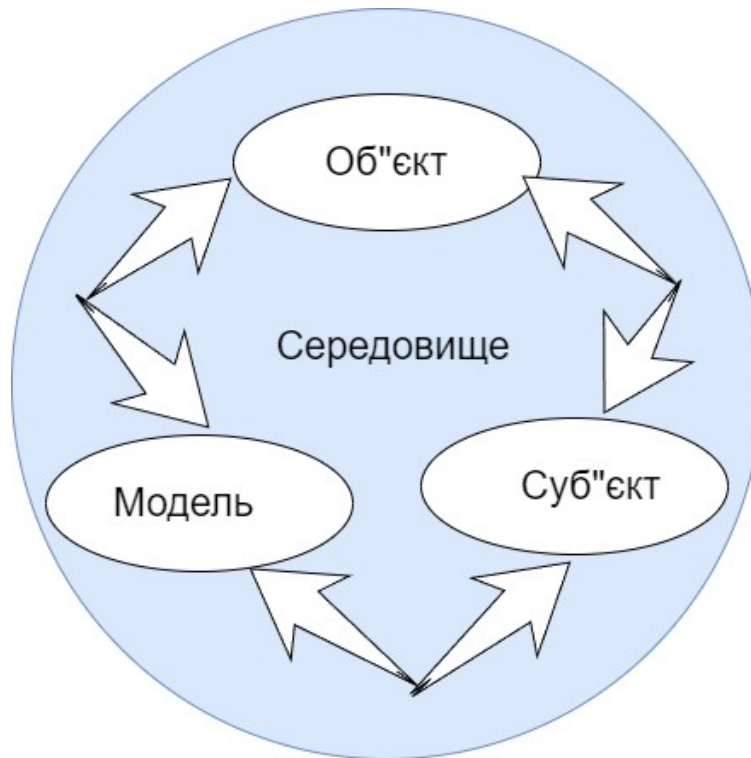


Рис. 2 – Модель “моделі”

Тут складовими частинами є: сама модель, об'єкт моделювання, суб'єкт моделювання та середовище. Співвідношення між моделлю і середовищем ми розглянули. Всі моделі існують у певному середовищі. Модель дійсна, виконує свої властивості, тільки в певному середовищі. Наприклад модель атома, теорія відносності в оточенні первісного суспільства існувати не могли. Моделі килим-літак, чарівне дзеркало у наш час втілені в життя і це літак, телевізор.

Об'єкт переносить у модель свої властивості. Модель служить заміником об'єкта і виконує його функції у певних умовах, служить засобом пізнання об'єкта, засобом збереження та поглиблення знань про об'єкт.

Взаємозв'язок між моделлю і об'єктом встановлює певна особа, людина, група людей, наукова дисципліна, тобто певний суб'єкт. Без суб'єкту нема моделі. Суб'єкт моделювання будує модель залежно від цілей моделювання. Стрілкою на діаграмі показано взаємозв'язок моделі та суб'єкта моделювання. У процесі побудови моделі суб'єкт моделювання (той хто створює модель) певним чином відображає властивості об'єкта у моделі. Співвідношення моделі та суб'єкта моделювання показано іншою стрілкою. Сама модель залежить від того, хто її побудував, і у свою чергу модель, певним чином зумовлює поведінку суб'єкта.

Все разом знаходиться у певному середовищі, без якого модель не може існувати. Середовище показано кругом, всередині якого знаходиться об'єкт моделювання, модель та суб'єкт моделювання.

Висновки: на лекції були розглянуті питання щодо загальних понять математичного моделювання. Наведена класифікація математичних моделей у подальшому дозволить визначати форму і принципи подання математичної моделі.

Перелік контрольних питань.

1. Дати визначення «Теорія моделювання».
2. Загальна класифікація моделей.
3. Що таке «вірність» (істинність) математичної моделі.
4. Умови реалізації властивостей моделі.
5. Чи є спрощеність моделі причиною її невірності?
6. Яка роль моделі в пізнанні людиною світу?
7. Класифікація моделей за ступенем абстрагування моделі від оригіналу.
8. Поясніть різницю між прагматичними та пізнавальними моделями?
9. Що визначає адекватність математичної моделі?
10. Чим відрізняються аналітичні моделі від імітаційних?
11. Пояснити різницю між детермінованими моделями та стохастичними?
12. Дати визначення «ізоморфна» математична модель і навести приклади.
13. Дати визначення «гомоморфна» математична модель і навести приклад.

14. До якого типу моделей слід віднести системи безпеки протипожежного захисту.
15. Яку роль має навколишнє середовище в реалізації властивостей моделі?

Завдання на самопідготовку:

Конспект лекцій.

Модуль 1.

Форма та принципи побудови математичних моделей

Лекція № 2

Тема лекції

Особливості побудови математичних моделей.

Питання лекції.

1. Етапи розробки моделі
2. Модельний час.
3. Типові математичні схеми моделювання.
4. Загальні свідомості про численні методи рішення нелінійних рівнянь.

1. Етапи розробки моделі

Процес моделювання має ітераційний характер, проводиться в рамках раніше сформульованих цілей і з дотриманням меж моделювання. Побудова починається з вивчення (обстеження) реальної системи, її внутрішньої структури і змісту взаємозв'язків між її елементами, а також зовнішніх впливів, і завершується розробкою моделі.

Моделювання - від постановки завдання до отримання результатів - проходить наступні етапи.

Етап I. Аналіз вимог і проектування.

Даний етап включає:

1. Постановку і аналіз завдання і цілі моделювання.
2. Збір і аналіз вихідної інформації про об'єкт моделювання.
3. Побудова концептуальної моделі.
4. Перевірку достовірності концептуальної моделі.

Етап II. Розробка моделі, включає:

1. Вибір середовища моделювання.
2. Складання логічної моделі.
3. Призначення властивостей модулів моделі.
4. Завдання модельного часу.
5. Верифікація моделі.

Етап III. Проведення експерименту, включає:

1. Запуск моделі, прогін моделі.
2. Варіювання параметрів моделі і збір статистики.
3. Аналіз результатів моделювання.

Заключний етап - підведення підсумків моделювання відповідно до поставленої мети і завдання моделювання.

Схема етапів моделювання представлена на рис. 2.1.



Рис. 2.1 Схема етапів моделювання

При розробці конкретних моделей з певними цілями і кордонами моделювання необов'язково все підетапи повинні виконуватися.

На першому етапі моделювання формулюється концептуальна модель, будується її формальна схема і вирішується питання про ефективність і доцільність моделювання системи.

Концептуальна модель (КМ) - це абстрактна модель, яка визначає склад і структуру системи, властивості елементів і причинно-наслідкові зв'язки, властиві аналізованій системі і суттєві для досягнення цілей моделювання. У таких моделях зазвичай в словесній формі наводяться відомості про природу і параметрах (характеристиках) елементарних явищ досліджуваної системи, про вид і ступеня взаємодії між ними, про місце і значення кожного елементарного явища в загальному процесі функціонування системи. При створенні КМ практично паралельно формується область вихідних даних (інформаційний простір системи) - етап підготовки вихідних даних. На даному етапі виявляються кількісні характеристики (параметри) функціонування системи і її елементів, чисельні значення яких складуть вихідні дані для моделювання. Очевидно, що значна частина параметрів

системи - це випадкові величини, тому особливе значення при формуванні вихідних даних мають вибір законів розподілу випадкових величин, апроксимація функцій і т.д. В результаті виявлення властивостей моделі та побудови концептуальної моделі необхідно перевірити адекватність моделі.

На другому етапі моделювання відбувається уточнення або вибір програмного пакета моделювання. Вибір засобів моделювання: програмні і технічні засоби вибираються з урахуванням ряду критеріїв. Неодмінна умова при цьому - достатність і повнота засобів для реалізації концептуальної моделі. Серед інших критеріїв можна назвати доступність, простоту і легкість освоєння, швидкість і коректність створення програмної моделі.

Після вибору середовища проектування концептуальна модель, сформульована на попередньому етапі, втілюється в комп'ютерну модель, тобто вирішується проблема алгоритмізації і деталізації моделі.

Модель системи представляється у вигляді сукупності частин (елементів, підсистем). У цю сукупність включаються всі частини, які забезпечують збереження цілісності системи, з одного боку, а, з іншого, - досягнення поставлених цілей моделювання (отримання необхідної точності і достовірності результатів при проведенні комп'ютерних експериментів над моделлю). Надалі проводиться остаточна деталізація, локалізація (виділення системи з навколишнього середовища), структуризація (вказівка і загальний опис зв'язків між виділеними елементами системи), звеличений опис динаміки функціонування системи і її можливих станів.

На етапі вибору математичної моделі встановлюються: лінійність і нелінійність об'єкта, процесу або системи, динамічність або статичність, стаціонарність або нестаціонарність, а також ступінь детермінованості досліджуваного об'єкта або процесу. При математичному моделюванні свідомо відволікаються від конкретної фізичної природи об'єктів, процесів або систем і, в основному, зосереджуються на вивченні кількісних залежностей між величинами, що описують ці процеси.

Математична модель ніколи не буває повністю тотожна даного об'єкту, процесу або системі. Заснована на спрощенні, ідеалізації, вона є наближеним описом об'єкта. Тому результати, отримані при аналізі моделі, носять наближений характер. Їх точність визначається ступенем адекватності (відповідності) моделі і об'єкта.

Побудова математичної моделі зазвичай починається з побудови та аналізу найпростішої, найбільш грубої математичної моделі розглянутого об'єкта, процесу або системи. Надалі, в разі необхідності, модель уточнюється, робиться її відповідність об'єкту повнішим.

Візьмемо простий приклад. Потрібно визначити площу поверхні письмового столу. Зазвичай для цього вимірюють його довжину і ширину, а потім перемножують отримані числа. Така елементарна процедура фактично позначає наступне: реальний об'єкт (поверхня столу) замінюється абстрактною математичною моделлю - прямокутником. Прямокутнику приписуються розміри, отримані в результаті вимірювання довжини і ширини поверхні столу, і площа такого прямокутника наближено приймається за шукану площу столу.

Однак модель прямокутника для письмового столу - це найпростіша, найбільш груба модель. При більш серйозному підході до задачі перш, ніж скористатися для визначення площі столу моделлю прямокутника, цю модель потрібно перевірити. Перевірки можна здійснити в такий спосіб: виміряти довжини протилежних сторін столу, а також довжини його діагоналей і порівняти їх між собою. Якщо, з необхідним ступенем точності, довжини протилежних сторін і довжини діагоналей попарно рівні між собою, то поверхню столу дійсно можна розглядати як прямокутник. В іншому випадку модель прямокутника доведеться відкинути і замінити моделлю чотирикутника загального вигляду. При більш високій вимозі до точності може виникнути необхідність піти в уточненні моделі ще далі, наприклад, врахувати закруглення кутів столу.

За допомогою цього простого прикладу було показано, що математична модель не визначається однозначно досліджуванним об'єктом, процесом або системою. Для одного і того ж столу ми можемо прийняти або модель прямокутника, або складнішу модель чотирикутника загального вигляду, або чотирикутника із закругленими кутами. Вибір тієї чи іншої моделі визначається вимогою точності. З підвищенням точності модель доводиться ускладнювати, враховуючи нові і нові особливості досліджуваного об'єкта, процесу або системи.

Виходячи з того, що математичне моделювання застосовується для дослідження, оптимізації та проектування реальних технологічних об'єктів (систем), можна виділити наступні етапи цього процесу:

- 1) визначення об'єкта - встановлення меж, обмежень і вимірників ефективності функціонування об'єкта;
- 2) формалізацію об'єкта (побудова моделі) - перехід від реального об'єкта до деякої логічної схемою (абстрагування);
- 3) підготовку даних - відбір даних, необхідних для побудови моделі, і подання їх у відповідній формі;
- 4) розробку моделює алгоритму і програми ЕОМ;

5) оцінку адекватності - підвищення до прийнятного рівня ступеня впевненості, з якою можна судити щодо коректності висновків про реальний об'єкт, отриманих на підставі звернення до моделі;

6) стратегічне планування - планування обчислювального експерименту, який повинен дати необхідну інформацію;

7) тактичне планування - визначення способу проведення кожної серії випробувань, передбачених планом експерименту;

8) експериментування - процес здійснення імітації з метою отримання бажаних даних і аналізу чутливості;

9) інтерпретацію - побудова висновків за даними, отриманим шляхом імітації;

10) реалізацію - практичне використання моделі та результатів моделювання;

11) документування - реєстрація ходу здійснення процесу математичного моделювання та його результатів, а також документування цього процесу. Перераховані етапи математичного моделювання визначено в припущенні, що сформульована задача може бути вирішена щонайкраще саме цим методом.

Сукупність понять і відносин, виражених за допомогою системи математичних символів і позначень і відображають найбільш істотні (характерні) властивості досліджуваного об'єкта, називають математичною моделлю цього об'єкта.

Адекватність ММ - це здатність ММ відображати вихідні змінні ТО з відносною похибкою не більше деякого заданого значення d .

Економічність ММ оцінюють витратами на обчислювальні ресурси (машинний час і пам'ять), необхідні для проведення обчислювального експерименту з ММ на ЕОМ.

Робастність ММ характеризує її стійкість по відношенню до погіршень вихідних даних, здатність нівелювати ці похибки і не допускати їх надмірного впливу на результат обчислювального експерименту.

Продуктивність ММ пов'язана з можливістю розташовувати досить достовірними вихідними даними.

Структурні ММ ділять на топологічні і геометричні, складові два рівня ієрархії ММ цього типу. Перші відображають склад ТО і зв'язку між його елементами. Топологічну ММ доцільно застосовувати на початковій стадії дослідження складного за структурою ТО, що складається з великого числа елементів, перш за все для з'ясування і уточнення їх взаємозв'язку. Такі ММ мають форму графів, таблиць, матриць, списків і т.п. ; її побудови звичайно

передую розробка структурної схеми ТО. Геометричні ММ додатково до інформації, представленої в топологічній ММ, містять відомості про форму та розміри ТО і його елементів, про їх взаємне розташування. Геометричні моделі знаходять застосування при проектуванні ТО, розробці технічної документації та технологічних процесів виготовлення його елементів (наприклад, на верстатах з числовим програмним управлінням).

Сформулюємо тепер конкретні критерії, яким повинна задовольняти «хороша» модель. Така модель повинна бути:

- 1) простою і зрозумілою користувачеві;
- 2) цілеспрямованою;
- 3) надійною в сенсі гарантії від абсурдних відповідей;
- 4) зручною в управлінні і обігу;
- 5) повної з точки зору можливостей вирішення поставлених завдань;
- 6) адаптивної, тобто що дозволяє легко переходити до інших модифікацій або оновлювати дані;

7) допускає поступові зміни в тому сенсі, що будучи спочатку простою, вона може у взаємодії з користувачем ставати все більш складною і точною.

2. Модельний час.

Введемо поняття модельного часу. У комп'ютерній моделі змінна, що забезпечує поточне значення модельного часу, називається годинами модельного часу.

Існує два основні підходи до просування модельного часу:

- просування часу від події до події;
- просування часу з постійним кроком.

Підхід, який використовує просування часу в моделі від події до події, застосовується всіма основними комп'ютерними програмами і більшістю розробників, що створюють свої моделі на універсальних мовах (рис. 2).

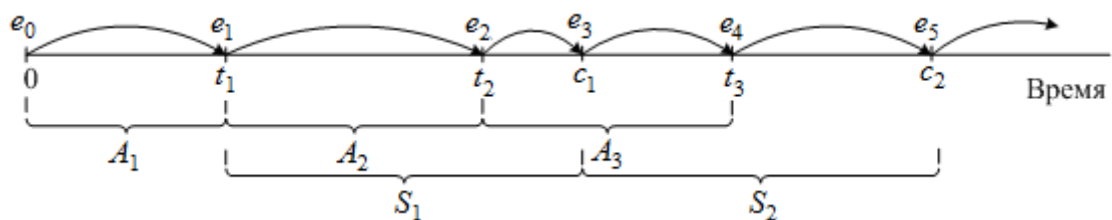


Рис. 2.2. Механізм просування модельного часу від події до події

При використанні просування часу від події до події годинник модельного часу в початковому стані встановлюються в 0, і визначається час виникнення майбутніх подій. Після цього годинник модельного часу переходять на час виникнення найближчого події, і в цей момент оновлюються стан системи, з урахуванням події, що сталася, а також відомості про час виникнення майбутніх подій. Потім годинник модельного часу просуваються до часу виникнення наступного нового найближчого події, оновлюється стан системи і визначається час майбутніх подій і т.д. Процес просування модельного часу від часу виникнення однієї події до часу виникнення іншого триває до тих пір, поки не буде виконано будь-яка умова зупинки, вказане заздалегідь. Оскільки в дискретно-подієвої імітаційної моделі всі зміни відбуваються тільки під час виникнення подій, періоди бездіяльності системи просто пропускаються, і годинник переводиться з часу виникнення однієї події на час виникнення іншого. При просуванні часу з постійним кроком такі періоди бездіяльності не пропускаються, що призводить до великих витрат комп'ютерного часу. Слід зазначити, що тривалість інтервалу просування модельного часу від однієї події до іншої може бути різною [1].

При просуванні часу з постійним кроком Δt годинник модельного часу просуваються точно на Δt одиниць часу для будь-якого відповідного вибору значення Δt . Після кожного оновлення годин виконується перевірка, щоб визначити, відбулися які-небудь події протягом попереднього інтервалу часу t чи ні. Якщо на цей інтервал заплановані одне або кілька подій, вважається, що дані події відбуваються в кінці інтервалу, після чого стан системи і статистичні лічильники відповідним чином оновлюються.

Просування часу за допомогою постійного кроку показано на рис.3, де вигнуті стрілки показують просування годин модельного часу, а e_i ($i = 1, 2, \dots$) – це дійсне час виникнення події і будь-якого типу, а не значення годин модельного часу. На інтервалі $0, \Delta t$ подія відбувається в момент часу e_1 , але воно розглядається як те, що сталося в момент часу Δt . На інтервалі $\Delta t, 2\Delta t$ події не відбуваються, але все ж модель виконує перевірку, щоб переконатися в цьому. На інтервалі $2\Delta t, 3\Delta t$ події відбуваються в моменти часу e_2 і e_3 , проте вважається, що вони відбулися в момент часу $3\Delta t$ і т.д.

У ситуаціях, коли прийнято вважати, що два або кілька подій відбуваються в один і той же час, необхідне застосування ряду правил, що дозволяють визначати, в якому порядку обробляти події.

Таким чином, просування часу за допомогою постійного кроку має два недоліки: виникнення помилок, пов'язаних з обробкою подій в кінці інтервалу, протягом якого вони відбуваються, а також необхідність вирішувати, яка подія

обробляти першим, якщо події, в дійсності відбуваються в різний час, розглядаються як одночасні.

Подібного роду проблеми можна частково вирішити, зробивши інтервали t менш тривалими, але тоді зростає число перевірок виникнення подій, що призводить до збільшення часу виконання завдання. Беручи до уваги цю обставину, просування часу за допомогою постійного кроку не використовують в дискретно-подієвих імітаційних моделях, коли інтервали часу між послідовними подіями можуть значно відрізнятися за своєю тривалістю [1]

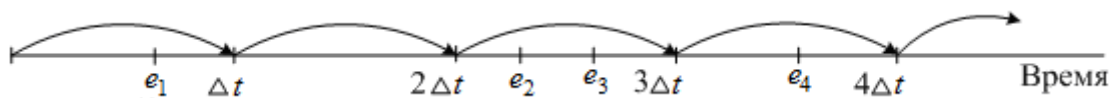


Рис.2.3. Приклад просування модельного часу за допомогою постійного кроку

В основному цей підхід призначений для систем, в яких можна допустити, що всі події в дійсності відбуваються в один з моментів n часу t ($n = 0, 1, 2, \dots$) для відповідно обраного t . Слід зауважити, що просування часу за допомогою постійного кроку може бути виконано за допомогою механізму просування часу від події до події, якщо планувати час виникнення подій через t одиниць часу, тобто даний підхід є різновидом механізму просування часу від події до події.

Третій етап є вирішальним, на якому, завдяки процесу імітації модельованої системи, відбувається збір необхідної інформації, її статистичної обробки в інтерпретації результатів моделювання, в результаті чого приймається рішення: або дослідження буде продовжено, або закінчено. Якщо відомий результат, то можна порівняти його з отриманим результатом моделювання. Отримані висновки часто сприяють проведенню додаткової серії експериментів, а іноді і зміни моделі.

Основою для вироблення рішення є результати тестування і експериментів. Якщо результати не відповідають цілям моделювання (реальному об'єкту або процесу), значить допущені помилки на попередніх етапах або вхідні дані не є кращими параметрами у досліджуваній області, тому розробник повертається до одного з попередніх етапів.

На заключному етапі моделювання проводять оцінку виконаної роботи, зіставляють поставлені цілі з отриманими результатами і створюють остаточний звіт про виконану роботу.

3. Типові математичні схеми моделювання.

У процесі створення математичної моделі, яка реалізується на комп'ютері, відбувається перехід від змістовного опису до формального алгоритму. Проміжною ланкою між ними може служити математична схема.

Існує ряд типових математичних схем, які можуть лягти в основу розроблюваного конкретного моделюемого алгоритму.

До них належать такі схеми (моделі) :

- безперервно-детерміновані моделі (D-схеми);
- дискретно-детерміновані моделі (F-схеми);
- дискретно-стохастичні моделі (P-схеми);
- безперервно-стохастичні моделі (Q-схеми).

До безперервно-детермінованих моделей належать моделі, що описуються системами звичайних диференціальних рівнянь або рівнянь в приватних похідних. В якості незалежної змінної, від якої залежать невідомі шукані функції, зазвичай служить час. Тоді вектор-функція шуканих змінних буде безперервною. Математичні схеми такого виду відображають динаміку досліджуваної системи і тому називаються D-схемами (англ. Dynamic).

До дискретно-детермінованих моделей належать так звані кінцеві автомати. Автомат можна уявити як якийсь пристрій, на яке подаються вхідні сигнали і знімаються вихідні і яке може мати деякі внутрішні стану. У кінцевого автомата безліч вхідних сигналів і внутрішніх станів є кінцевим безліччю. Назва F-схема походить від англійських слів *finite automata*.

До дискретно-стохастическим моделей належать імовірнісні (стохастичні) автомати або по-англійськи *probabilistic automat*. Звідси назва - P-схема. У загальному вигляді імовірнісний автомат можна визначити як дискретний потактний перетворювач інформації з пам'яттю, функціонування якого в кожному такті залежить тільки від стану пам'яті в ньому і може бути описано стохастически.

4. Загальні свідомості про численні методи рішення нелінійних рівнянь.

У завданнях проектування або дослідження поведінки реальних об'єктів, процесів або систем математичні моделі, як правило, нелінійні, тому що вони повинні відображати реальні фізичні нелінійні процеси, що протікають в них. При цьому параметри (змінні) цих процесів пов'язані між собою фізичними нелінійними законами. Тому в задачах проектування або дослідження поведінки реальних об'єктів, процесів або систем найчастіше використовуються математичні моделі типу ДНА.

Відповідно до класифікації наведеної в "лекції 1":

Д - модель детермінована, відсутній (точніше не враховується) вплив випадкових процесів.

Н - модель безперервна, інформація та параметри неперервні.

А - модель аналітична, функціонування моделі описується в вигляді рівнянь (лінійних, нелінійних, систем рівнянь, диференціальних та інтегральних рівнянь).

І так, ми побудували математичну модель даного об'єкту, процесу або системи, тобто представили прикладну задачу як математичну. Після цього настає другий етап рішення прикладної задачі - пошук або розробка методу вирішення сформульованої математичної задачі. Метод повинен бути зручним для його реалізації на ЕОМ, забезпечувати необхідну якість рішення.

Всі методи розв'язування математичних задач можна розділити на 2 групи:

1. точні методи вирішення завдань;
2. чисельні методи розв'язання задач.

У точних методах вирішення математичних задач відповідь вдається отримати у вигляді формул.

Наприклад, обчислення коренів квадратного рівняння:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

або, наприклад, обчислення похідних функцій:

$$y = \sin(x), \quad y' = \cos(x)$$

$$y = x^n, \quad y' = nx^{n-1}$$

або обчислення певного інтеграла:

$$\int_a^b \cos(x) dx = \sin(b) - \sin(a)$$

Однак, підставляючи числа в формулу у вигляді кінцевих десяткових дробів, ми все одно отримуємо наближені значення результату.

Для більшості завдань, що зустрічаються на практиці, точні методи рішення або невідомі, або дають дуже громіздкі формули. Однак, вони не завжди є необхідними. Прикладну задачу можна вважати практично вирішеною, якщо ми зуміємо її вирішити з потрібним ступенем точності.

Для вирішення таких завдань розроблені чисельні методи, в яких рішення складних математичних задач зводиться до послідовного виконання великого числа простих арифметичних операцій. Безпосередня розробка чисельних методів відноситься до обчислювальної математики.

Прикладом чисельного методу є метод прямокутників для наближеного інтегрування, що не вимагає обчислення первісної для підінтегральної функції. Замість інтеграла обчислюється кінцева квадратурная сума:

$$\int_a^b f(x_i) dx \approx f(x_i) \Delta x_i;$$

де

$x_1=a$ – нижня межа інтегрування;

$x_{n+1}=b$ – верхня межа інтегрування;

n – число відрізків, на які розбитий інтервал інтегрування (a,b) ;

Δx_i – довжина елементарного відрізка;

$f(x_i)$ – значення підінтегральної функції на кінцях елементарних відрізків інтегрування.

Чим більше число відрізків n , на які розбитий інтервал інтегрування, тим ближче наближений розв'язок до істинного, тобто тим точніше результат.

Таким чином, в прикладних задачах і при застосуванні точних методів рішення, і при застосуванні чисельних методів розв'язання результати обчислень носять наближений характер. Важливо тільки домогтися того, щоб помилки уклалися в рамки необхідної точності.

Якщо закони функціонування моделі нелінійні, а моделюються процес або система володіють однією ступенем свободи (тобто мають одну незалежну змінну), то така модель, як правило, описується одним нелінійним рівнянням.

Необхідність відшукування коренів нелінійних рівнянь зустрічається в розрахунках систем автоматичного управління і регулювання, власних коливань машин і конструкцій, в задачах кінематичного аналізу та синтезу, плоских і просторових механізмів і інших завданнях.

Дано нелінійне рівняння:

$$f(x) = 0$$

Необхідно вирішити це рівняння, тобто знайти його корінь $\bar{x}$.

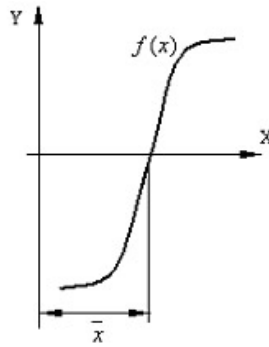


Рис. 2.4.

Якщо функція має вигляд многочлена ступеня m ,

$$f(x) = a_0x^m + a_1x^{m-1} + a_2x^{m-2} + \dots + a_{m-1}x + a_m$$

де a_i – коефіцієнти многочлена $i = \overline{1, m}$, то урівняння $f(x)=0$ має m коренів ([рис. 2.5](#)).

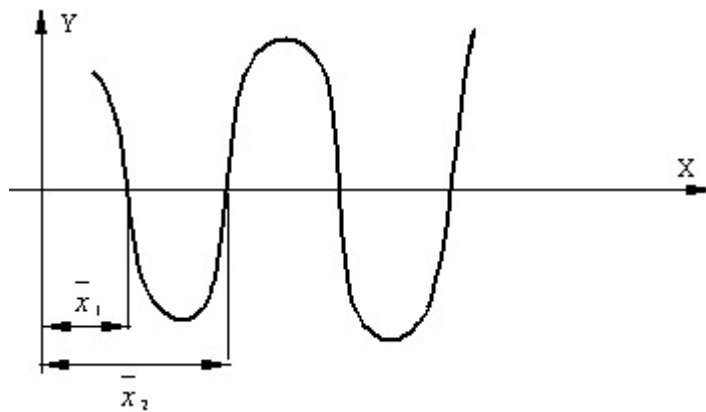


Рис. 2.5

Якщо функція $f(x)$ включає в себе тригонометричні або експоненціальні функції від деякого аргументу x , то рівняння (1) називається *трансцендентним рівнянням*.

Приклади:

$$\arctg x + 1 - x = 0,$$

$$x - e^{\frac{-x}{10}} = 0$$

Такі рівняння зазвичай мають безліч рішень.

Як відомо, не всяке рівняння може бути вирішено точно. В першу чергу це відноситься до більшості трансцендентних рівнянь.

Доведено також, що не можна побудувати формулу, по якій можна було б вирішувати довільні алгебраїчні рівняння ступеня, вище четвертої.

Однак точне рішення рівняння не завжди є необхідним. Завдання відшукування коренів рівняння можна вважати практично вирішеною, якщо ми зуміємо знайти корені рівняння з заданим ступенем точності. Для цього використовуються наближені (чисельні) методи вирішення.

Більшість вживаємих наближених методів рішення рівнянь є, по суті, способами уточнення коренів. Для їх застосування необхідно знання інтервалу ізоляції $[a, b]$, в якому лежить уточнюємі корінь рівняння (рис. 3).

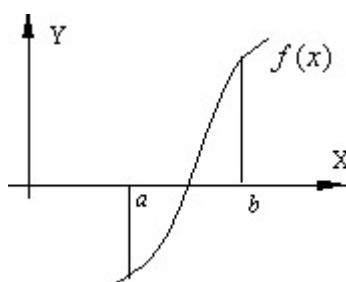


Рис. 2.6.

Процес визначення інтервалу ізоляції $[a, b]$, який містить тільки один з коренів рівняння, називається відділенням цього кореня.

Процес відділення коренів проводять виходячи з фізичного змісту прикладної задачі, графічно, за допомогою таблиць значень функції $f(x)$ або за допомогою спеціальної програми відділення коренів. Процедура відділення коренів заснована на відомій властивості неперервних функцій: якщо функція неперервна на замкненому інтервалі $[a, b]$ і на його кінцях має різні знаки, тобто $f(a) f(b) < 0$, то між точками a і b є хоча б один корінь рівняння (1). Якщо при цьому знак функції $f'(x)$ на відрізку $[a, b]$ не змінюється, то корінь є єдиним на цьому відрізку.

Процес визначення коренів алгебраїчних і трансцендентних рівнянь складається з 2 етапів:

1. відділення коренів, - тобто визначення інтервалів ізоляції $[a, b]$, всередині якого лежить кожен корінь рівняння;
2. уточнення коренів, - тобто звуження інтервалу $[a, b]$ до величини рівної заданій ступеня точності ε .

Для алгебраїчних і трансцендентних рівнянь придатні одні і ті ж методи уточнення наближених значень дійсних коренів:

1. метод половинного ділення (метод дихотомії);
2. метод простих ітерацій;
3. метод Ньютона (метод дотичних);

4. модифікований метод Ньютона (метод січних);
5. метод хорд і ін.

Методи уточнення наближених значень дійсних коренів:

Метод половинного ділення

Дано нелінійне рівняння:

$$f(x) = 0$$

Знайти корінь рівняння, що належить інтервалу $[a, b]$, із заданою точністю ε .

Для уточнення кореня методом половинного ділення послідовно здійснюємо такі операції:

1. Ділимо інтервал навпіл :

$$t = \frac{a+b}{2} \text{ – координати середини відрізка } [a, b]$$

2. В якості нового інтервалу ізоляції приймаємо ту половину інтервалу, на кінцях якого функція має різні . знаки (рис.2.7).

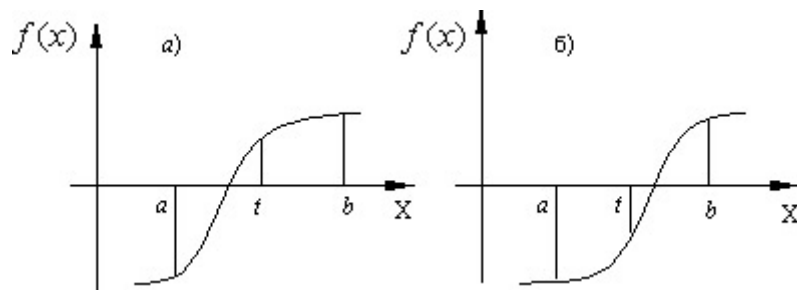


Рис. 2.7.

Для цього:

- а) Обчислюємо значення функції $f(x)$ в точках a і t .
- б) Перевіряємо: якщо $f(a) f(t) < 0$, то корінь знаходиться в лівій половині інтервалу $[a, b]$ (рис.4.а). Тоді відкидаємо праву половину інтервалу і робимо переприсвоєному $b = t$.
- с) Якщо $f(a) f(t) < 0$ не виконується, то корінь знаходиться в правій половині інтервалу $[a, b]$ (рис.4.б). Тоді відкидаємо ліву половину і робимо переприсвоєному $a = t$. В обох випадках ми отримаємо новий інтервал $[a, b]$ в 2 рази менший за попередній.

1. Процес, починаючи з пункту 1, циклічно повторюємо до тих пір, поки довжина інтервалу $[a, b]$ не стане рівною або меншою заданої точності, тобто

$$|b - a| \leq \varepsilon$$

Схема алгоритму уточнення коренів за методом половинного ділення представлена на рис. 2.8.

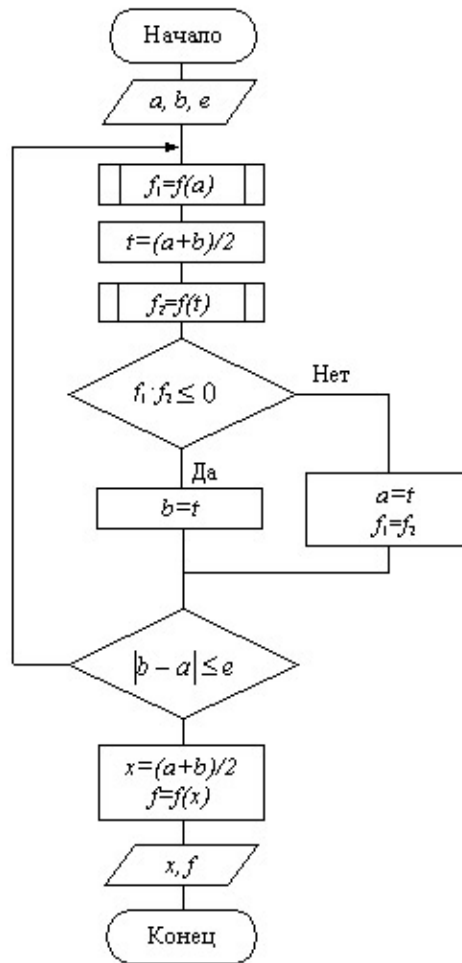


Рис. 2.8. Схема алгоритму уточнення коренів за методом половинного ділення

Метод простих ітерацій.

У ряді випадків досить зручним прийомом уточнення кореня рівняння є метод послідовних наближень (метод ітерацій).

Нехай з точністю ε необхідно знайти корінь рівняння $f(x) = 0$, що належить інтервалу ізоляції $[a, b]$. Функція $f(x)$ і її перша похідна неперервні на цьому відрізку.

Для застосування цього методу вихідне рівняння $f(x) = 0$ має бути приведене до вигляду

$$x = \varphi(x)$$

В якості початкового наближення 0 вибираємо будь-яку точку інтервалу $[a, b]$.
Далі ітераційний процес пошуку кореня будується за схемою:

$$\begin{aligned} x_1 &= f(x_0) \\ x_2 &= f(x_1) \\ &\dots \\ x_n &= f(x_{n-1}) \end{aligned} \quad (6)$$

В результаті ітераційний процес пошуку реалізується рекуррентною формулою (6). Процес пошуку припиняється, як тільки виконується умова

$$|x_n - x_{n-1}| \leq \varepsilon$$

або число ітерацій перевищить задане число N

Для того, щоб послідовність $x_1, x_2, \dots, x_n$ наближалася до шуканого кореня, необхідно, щоб виконувалася умова збіжності

$$|\varphi(x)| < 1$$

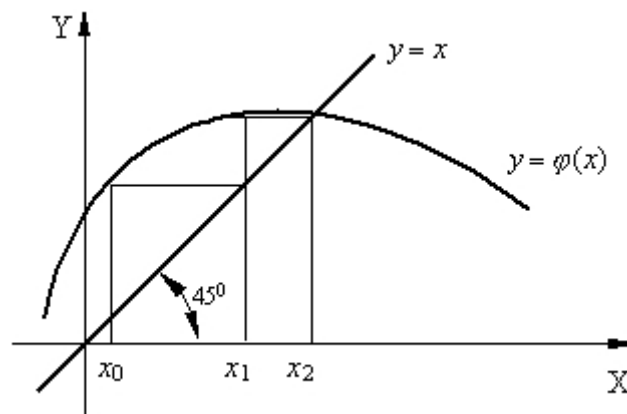


Рис. 2.9. Геометричний сенс методу

Переходимо до побудови схеми алгоритму (рис.2.10). Обчислення функції оформимо у вигляді підпрограми.

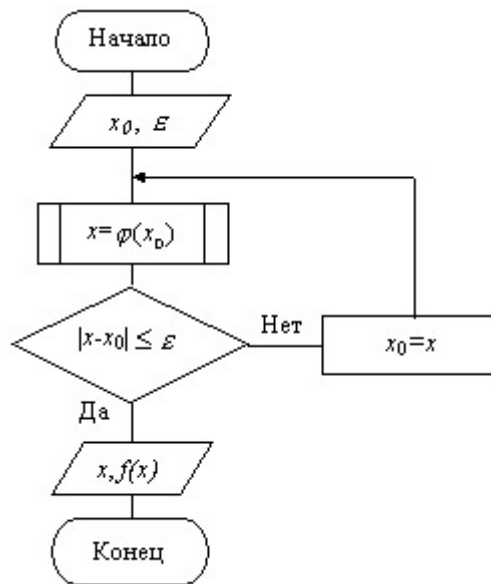


Рис 2.10. Схема алгоритму уточнення кореня методом ітерацій

Метод Ньютона (метод дотичних)

Розглянуті раніше методи вирішення нелінійних рівнянь є методами прямого пошуку. У них для знаходження кореня використовується знаходження значення функції в різних точках інтервалу $[a, b]$.

Метод Ньютона відноситься до градієнтних методів, в яких для знаходження кореня використовується значення похідної.

Дано нелінійне рівняння:

$$f(x)=0$$

Знайти корінь на інтервалі $[a, b]$ з точністю ε .

Метод Ньютона заснований на заміні вихідної функції $f(x)$, на кожному кроці пошуку дотичній, проведеної до цієї функції. Пересечення касательної з віссю X дає наближення кореня (Рис. 2.11).

Виберемо початкову точку $x_0 = b$ (кінець інтервалу ізоляції). Знаходимо значення функції в цій точці і проводимо до неї дотичну, перетин якої з віссю X дає нам перше наближення кореня x_1 .

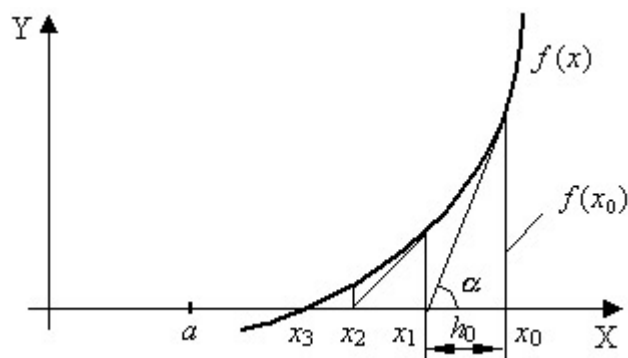


Рис. 2.11.

$$x_1 = x_0 - h_0,$$

де

$$h_0 = \frac{f(x_0)}{\operatorname{tg}(\alpha)} = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Тому

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

В результаті ітераційний процес сходження до кореня реалізується рекуррентною формулою

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (6)$$

Процес пошуку продовжуємо до тих пір, поки не виконається умова:

$$|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon \quad (7)$$

Спростимо умову (7), виходячи з (6). отримаємо

$$\left| \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right| \leq \varepsilon$$

Метод забезпечує швидку збіжність, якщо виконується умова:

$$f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$$

тобто першу дотичну рекомендується проводити в тій точці інтервалу $[a, b]$, де знаки функції $f(x_0)$ і її кривизни $f''(x_0)$ збігаються.

Схема алгоритму уточнення кореня метод Ньютона наведена на рис.2.12

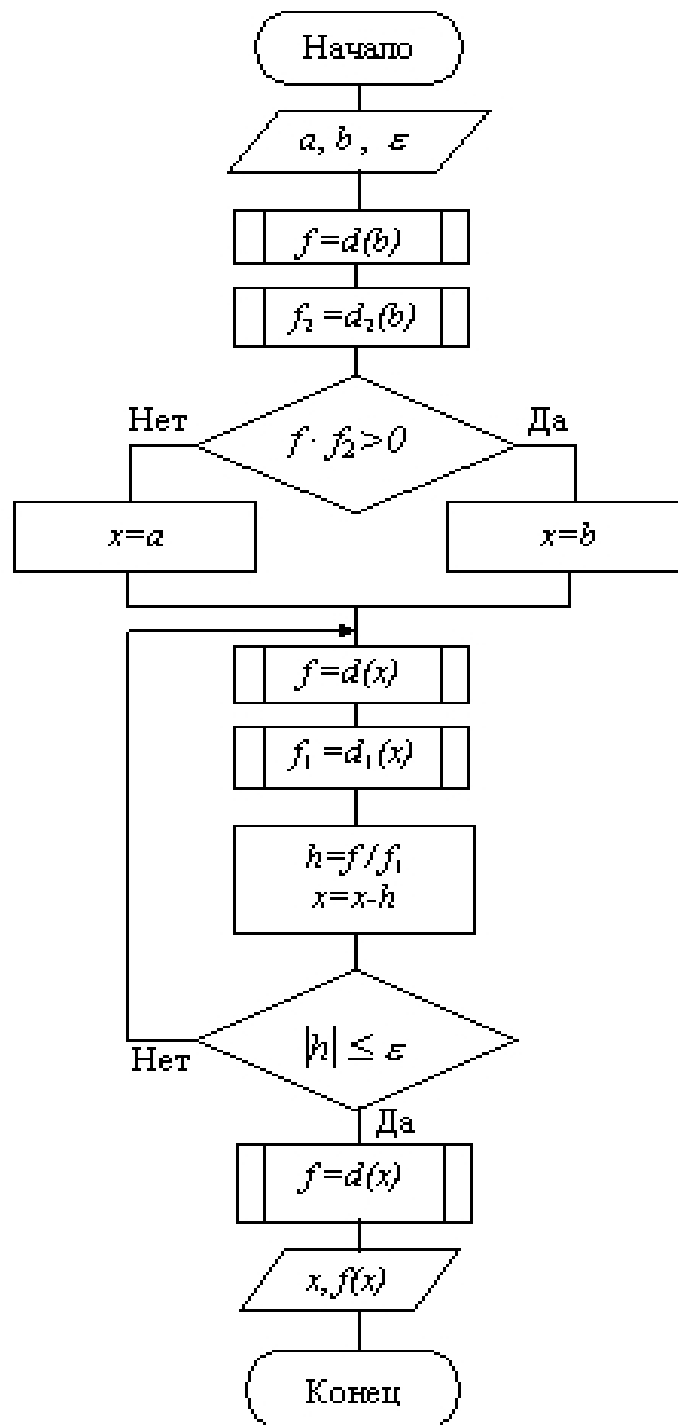


Рис. 2.12. Схема алгоритму уточнення кореня методом Ньютона наведена на

Висновки: на лекції були розглянуті питання щодо формування вимог, які необхідно виконати на кожному етапі розробки моделі, визначення модельного часу для проведення дослідження. Розглянуті питання щодо типових математичних схем моделювання. Також розглянуті численні методи рішень нелінійних рівнянь, які можуть застосовуватися при аналізі систем протипожежного захисту.

Дії підрозділів ДСНС України в умовах воєнного стану:

- визначає шляхи евакуації та місце збору сил і засобів у разі раптового погіршення оперативної обстановки, що може призвести до виникнення загрози життю та здоров'ю особового складу;

- визначає можливі укриття для особового складу на випадок обстрілу;

- встановлює наявність вибухонебезпечних предметів на місці проведення робіт, а у разі їх виявлення вживає додаткових заходів безпеки для особового складу, обмеження його доступу до замінованих територій та викликає піротехнічний підрозділ.

На місці події невідкладно організовується моніторинг безпекової ситуації. Для цього спостерігач негайно встановлює та підтримує постійний зв'язок з представниками підрозділів Збройних сил України, територіальної оборони чи правоохоронних органів.

У разі отримання повідомлення про повітряну небезпеку, або за вказівкою старшої посадової особи підрозділу ДСНС про загрозу детонації виявлених вибухових предметів подається встановленим порядком сигнал оповіщення для екстреного відводу особового складу і техніки із району (місця) у завчасно визначені місця збору та укриття.

Після прибуття пожежно-рятувального підрозділу до місця пожежі старша посадова особа підрозділу ДСНС:

- призначає відповідальну особу для взаємодії та підтримання постійного зв'язку з представниками підрозділів Збройних сил України, територіальної оборони чи правоохоронних органів з питань моніторингу безпекової ситуації з повітря;

- визначає сигнали і способи оповіщення особового складу про небезпеку; визначає безпечні місця для розстановки техніки (на закритій території за можливості на безпечній відстані від будівель і споруд).

Перелік контрольних питань.

1. Які етапи проходить моделювання від постановки завдання до отримання результатів .
2. Що включає в себе розробка моделі.
3. Які існують основні підходи до просування модельного часу.
4. Наведіть приклади типових математичних схем моделювання.
5. Як методи розв'язування математичних задач поділяються на групи.
6. Перерахуйте методи уточнення наближених значень дійсних коренів.
7. У чом полягає метод простих ітерацій.
8. У чом полягає метод половинного ділення.

9. У чом полягає метод Ньютона (метод дотичних).
10. Які етапи проходить моделювання від постановки завдання до отримання результатів .
11. Що включає в себе розробка моделі,.
12. Які існують основні підходи до просування модельного часу:
13. Наведіть приклади типових математичних схем моделювання.

Завдання на самопідготовку:

Конспект лекцій.

Модуль 1.

Форма та принципи побудови математичних моделей

Лекція № 3

Тема лекції

Технічна система як об'єкт математичного моделювання

Питання лекції:

1. Поняття про визначення «Технічна система» та «Технологічна система» та їх властивості і ознаки.
2. Основні етапи математичного моделювання технічних (технологічних) процесів.
3. Структура математичної моделі
4. Математичні моделі в інженерних дисциплінах та використання їх результатів.

1. Поняття про визначення «Технічна система» та «Технологічна система» та їх властивості і ознаки.

Технічна система – це система, яка має хоча б один штучний елемент.

Технічні системи можуть бути **процесами і об'єктами** залежно від характеру зв'язків між елементами системи.

Технічна система об'єкт – це система, що складається з матеріальних тіл, певним чином пов'язаних в просторі.

Технічна система процес – це система, що складається з дій (операцій), певним чином взаємопов'язаних в часі.

Різновид технічної системи-процесу – технологічна система.

В науково-технічній літературі технологічна система – це сукупність фізико-хімічних процесів і засобів для їх реалізації. Для поняття технологічної системи застосовують і більш вузьке поняття – об'єкт технології.

Об'єктом технології (технологічною системою) будемо називати типовий *технологічний процес*, що протікає в апараті визначеної конструкції (простий об'єкт), або технологічну ланку, що охоплює кілька процесів й апаратів.

Рівень складності технічної системи визначається задачею, що виконується у кожному конкретному випадку. Задача навчального процесу (використовуючи математичний апарат) – навчитися моделювати технічну систему з метою подальшого управління, автоматизації та вирішення поставлених задач.

Технічна система – це цілісний об'єкт (множина взаємопов'язаних об'єктів), у межах якого визначено його функціональне призначення, сформульовано цілі, поставлені перед системою, та визначено показник якості її функціонування, який кількісно визначає мету функціонування.

Загальному випадку технічна система як об'єкт моделювання характеризується такими параметрами:

- 1) вхідні ($x_1, x_2, \dots, x_i$) – значення можуть бути виміряні (встановлені), але можливості впливу на них з боку системи немає;
- 2) керувальні ($u_1, u_2, \dots, u_n$) – чинять безпосередній вплив на технічну систему та дозволяють керувати вихідними параметрами;
- 3) збурювальні ($z_1, z_2, \dots, z_k$) – значення змінюються випадково з плином часу та недоступні для зміни дослідником;
- 4) вихідні ($y_1, y_2, \dots, y_j$) – характеризують стан технічної системи або результат її функціонування від загального впливу вхідних, керувальних та збурювальних параметрів.

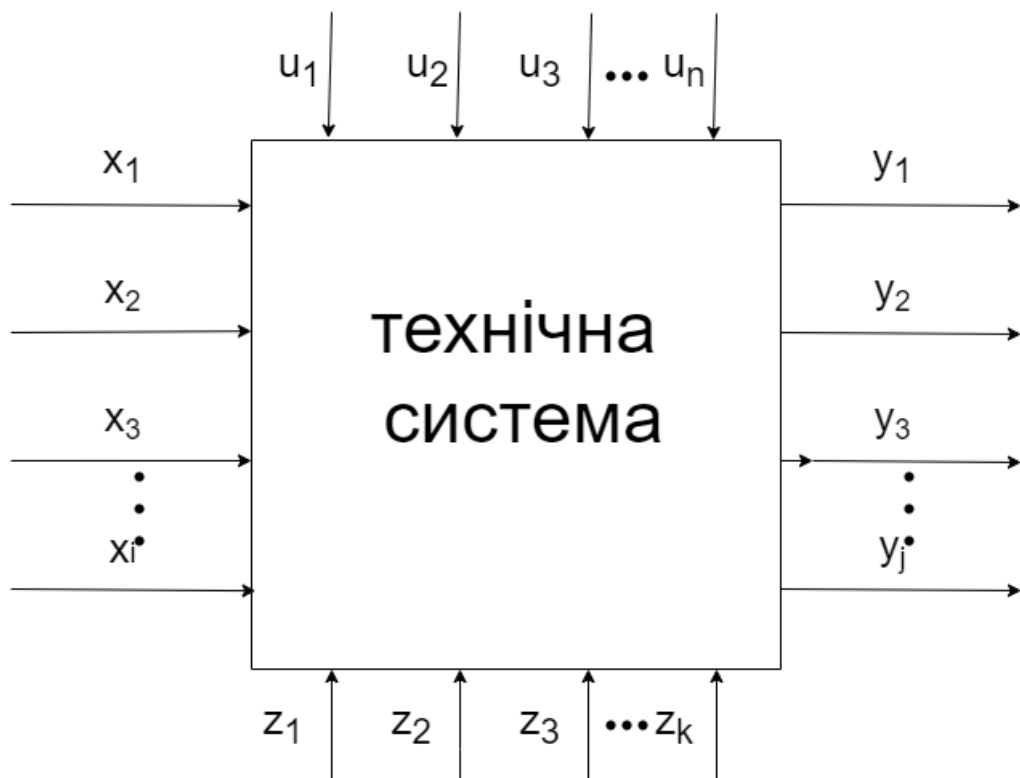


Рис. № 3.1. Графічне представлення технічної системи

Отже, технічна система матиме такий вигляд, як показано на рис. 3.1

Вихід ($y_1, y_2, \dots, y_j$) – це множина контактів, через які система дає середовищу, вони характеризують стан технічної системи або результат її функціонування від загального впливу вхідних, управляючих та збурюючих

параметрів. Між входом і виходом існує взаємозв'язок, який характеризує процес, що протікає в системі. Крім того система зазнає збудження (некеровані входи), для компенсації яких, використовують керування.

Невідомими елементами технічної системи (технологічного процесу) як об'єкта моделювання є:

- управляючі (керуючі) параметри ($u_1, u_2, \dots, u_n$), що мають прямий вплив на технічну систему та дозволяють управляти вихідними параметрами;
- збуджуючі параметри ($z_1, z_2, \dots, z_k$) – значення змінюються випадково з плином часу та недоступні для зміни дослідником.

Складним системам притаманна низка властивостей, які потрібно враховувати в їх моделюванні, інакше неможливо твердити про адекватність побудованої моделі. Серед цих властивостей зазначимо, зокрема, такі:

- **емерджентність** – це результат виникнення між елементами системи так званих синергетичних зв'язків, які забезпечують збільшення загального ефекту до більших обсягів, ніж сума ефектів окремо взятих елементів системи, що діють (функціонують) незалежно. Тому технічні та технологічні системи потрібно досліджувати й моделювати, зважаючи на синергізм;
- **динамічність** технологічних процесів, що полягає в зміні у часі параметрів і структури систем під впливом як внутрішніх, так і зовнішніх чинників (навколишнього середовища), часу;
- **невизначеність** щодо розвитку технічних явищ (процесів). Економічні явища та процеси мають випадковий характер. Невизначеність притаманна економічним системам, тому для вивчення їх потрібно застосовувати економіко-математичні моделі на базі теорії ймовірностей і математичної статистики, а також на базі теорії нечітких (розпливчастих) множин тощо. Важливою також є розбудова ризикології (науки про економічний ризик) тощо;
- **неможливість** ізолювати процеси, котрі здійснюються в технічних системах від процесів у навколишньому середовищі. Тому не правильно спостерігати та досліджувати їх незалежно.

Досліджувану множину елементів можна розглядати як систему, якщо вона характеризується такими ознаками:

- 1) **цілісність**, тобто принципова не зведеність властивостей системи до суми властивостей окремих її елементів;
- 2) **наявність цілей і критеріїв** щодо дослідження даної множини елементів;
- 3) наявність більш загальної системи – зовнішньої стосовно до даної, котру називають «надсистемою», чи «середовищем».
- 4) **можливість виокремлення** в даній системі певних частин («підсистем»).

До найбільш складних типів систем належать системи цілеспрямовані і здатні до самоорганізації, які у процесі функціонування змінюють свою структуру й організацію.

Визначною властивістю системи є цілісність, яка обґрунтована взаємодією елементів системи у відповідності з метою її функціонування. Отже, в системі виявляються якісно нові характеристики, які не притаманні її початковим елементам.

Загальносистемні якості існують у всіх складних системах. Ліс має властивості, які відрізняються від властивостей окремих дерев. Поведінка групи людей не співпадає з сумою поведінки окремих особистостей.

Під зв'язаністю системи розуміють особливий характер взаємозв'язків між їх елементами. До властивості зв'язності приєднується поняття різноманітності системи. Цілеспрямоване функціонування системи можливе лише за умови обмеження різноманітності елементів. Таке обмеження покладено в основу управління системами.

Кожній системі притаманна визначена степінь складності, яка залежить від числа елементів системи. Удосконалення структури і організованості збільшує керованість системи.

2. Основні етапи математичного моделювання технічних (технологічних) процесів

Розглянемо схему математичного моделювання технічних пристроїв і процесів, вихідною позицією якої служить технічний об'єкт.

На *першому етапі* здійснюють неформальний перехід від розглянутого (існуючого чи того, що розробляється) технологічного об'єкта до його розрахункової схеми. При цьому, залежно від спрямованості обчислювального експерименту та його кінцевої мети акцентують ті властивості, умови роботи

та особливості технології, які разом з параметрами, що їх характеризують, повинні знайти відображення в розрахунковій схемі і, навпаки, аргументують допущення і спрощення, що дозволяють не враховувати в розрахунковій схемі ті якості технічного об'єкту, вплив яких припускають у розглянутому випадку несуттєвим. Іноді замість розрахункової схеми використовують термін змістовна модель технічного об'єкту, а в деяких випадках – концептуальна модель.

У сформованих інженерних дисциплінах (наприклад, в опорі матеріалів, електротехніці та електроніці) крім описової (вербальної) інформації для характеристики розрахункової схеми розроблені спеціальні прийоми і символи наочного графічного зображення.

При розробці нових технологічних об'єктів (систем) успішне проведення першого етапу значною мірою залежить від професійного рівня інженера, його творчого потенціалу та інтуїції. Повнота і правильність врахування в розрахунковій схемі властивостей технологічної системи, істотних з точки зору поставленої мети дослідження, є основною передумовою отримання в подальшому достовірних результатів математичного моделювання. І навпаки, сильна ідеалізація технологічного об'єкту заради отримання простої розрахункової схеми може знецінити всі наступні етапи дослідження.

Зміст *другого етапу* полягає, по суті, в формальному, математичному описі розрахункової схеми. Цей опис у вигляді математичних співвідношень, що встановлюють зв'язок між параметрами, що характеризують розрахункову схему технологічного об'єкту, і називають математичною моделлю.

На *третьому етапі* проводять якісний і оцінюють кількісний аналіз побудованої математичної моделі. При цьому можуть бути виявлені суперечності, ліквідація яких вимагатиме уточнення або перегляду розрахункової схеми. Кількісні оцінки можуть дати підстави спростити модель, виключивши з розгляду деякі параметри, співвідношення або їх окремі складові, незважаючи на те, що вплив описуваних ними чинників враховано в розрахунковій схемі. У більшості випадків, приймаючи додаткові по відношенню до розрахункової схеми допущення, корисно побудувати такий спрощений варіант математичної моделі, який дозволяв би отримати або залучити відоме точне рішення. Це рішення потім можна використовувати для порівняння при тестуванні результатів на наступних етапах. У деяких випадках вдається побудувати кілька математичних моделей для одного і того ж технологічного об'єкту, які відрізняються різним рівнем спрощення. У цьому випадку говорять про ієрархію математичних моделей, що в даному

випадку означає впорядкування математичних моделей за ознакою їх складності і повноти.

Побудова ієрархії математичних моделей пов'язана з різною деталізацією властивостей досліджуваної технологічної системи. Порівняння результатів дослідження різних математичних моделей може істотно розширити і збагатити знання про цю технологічну систему. Крім того, таке порівняння дозволяє оцінити достовірність результатів подальшого обчислювального експерименту: якщо більш проста математична модель правильно відображає деякі властивості технологічного об'єкту, то результати дослідження цих властивостей повинні бути близькі до результатів, отриманих при використанні більш повної і складної математичної моделі.

Підсумок аналізу на даному етапі – це обгрунтований вибір робочої математичної моделі технологічної системи, яка підлягає надалі детальному кількісному аналізу. Успіх у проведенні третього етапу залежить, як правило, від глибини розуміння зв'язку окремих складових математичної моделі з властивостями технічного об'єкту, що знайшли відображення в його розрахунковій схемі, що передбачає органічне поєднання володіння математикою та інженерними знаннями в конкретній предметній області.

Четвертий етап полягає в обгрунтованому виборі методу кількісного аналізу математичної моделі, в розробці ефективного алгоритму обчислювального експерименту, а п'ятий етап – у створенні працездатної програми, що реалізує цей алгоритм засобами обчислювальної техніки. Для успішного проведення четвертого етапу необхідно володіти арсеналом сучасних методів обчислювальної математики, а при математичному моделюванні досить складних технологічних систем виконання *п'ятого етапу* вимагає професійної підготовки в області програмування на ЕОМ.

Отримані на *шостому етапі* (у результаті роботи програми) результати обчислень повинні перш за все пройти тестування шляхом зіставлення з даними кількісного аналізу спрощеного варіанту математичної моделі розглянутого технологічного об'єкту. Тестування може виявити недоліки як у програмі, так і в алгоритмі, і зажадати доопрацювання програми або ж модифікації і алгоритму, і програми. Аналіз результатів обчислень та їх інженерна інтерпретація можуть викликати необхідність у коригуванні розрахункової схеми і відповідної математичної моделі. Після усунення всіх виявлених недоліків тріаду «модель – алгоритм – програма» можна використовувати як робочий інструмент для проведення обчислювального експерименту та вироблення на основі одержуваної кількісної інформації

практичних рекомендацій, спрямованих на вдосконалення технологічної системи, що становить зміст сьомого, завершального етапу

Представлена послідовність етапів носить загальний і універсальний характер, хоча в деяких конкретних випадках вона може і дещо видозмінюватися. Якщо при розробці технологічної системи можна використовувати типові розрахункові схеми і математичні моделі, то відпадає необхідність у виконанні ряду етапів, а при наявності й відповідного програмного комплексу процес обчислювального експерименту стає в значній мірі автоматизованим. Проте математичне моделювання технологічного об'єкту, що не мають близьких прототипів, як правило, пов'язано з проведенням усіх етапів описаного "технологічного циклу". математичного моделювання.

3. Структура математичної моделі

При математичному моделюванні технічних систем математична модель повинна мати такі структурні елементи:

- *обмеження системи* – граничні значення, які накладаються на параметри функціонування технічної системи;
- *цільову функцію*, яка виражає залежність ефекту функціонування технічної системи від параметру, що регулюється; -
- *вхідні параметри* – сукупність вхідних показників процесу, які визначають зміст та властивості технічної системи при її моделюванні;
- *вихідні параметри* – кількісні та якісні показники системи (продуктивність, точність, якість, собівартість), які характеризують функціонування системи та залежать від сумарної дії зовнішніх факторів, вхідних параметрів;
- *управляючі параметри* – чинять пряму дію на нестабільність і дозволяють керувати роботою технічної системи;
- *збурюючі параметри* – постійно вимірювані параметри, які впливають на вихідні параметри.

У досить загальному випадку досліджуваний технічний об'єкт кількісно можна охарактеризувати векторами $X \in R^k$, $g \in R^m$ і $y \in R^n$ зовнішніх, внутрішніх і вихідних параметрів відповідно. Одні й ті ж фізичні, механічні або інформаційні характеристики технологічного об'єкта в моделях різного рівня і змісту можуть виконувати роль як зовнішніх або внутрішніх, так і вихідних параметрів.

При створенні технологічного об'єкта значення вихідних параметрів або діапазони їх можливої зміни обумовлюють в технічному завданні на розробку технологічного об'єкта, тоді як зовнішні параметри характеризують умови його функціонування. У порівняно простому випадку математична модель технологічної системи може представляти собою співвідношення.

$$y = f(x, g)$$

де $f(x, g)$ – векторна функція векторного аргументу. Така модель дозволяє легко обчислювати вихідні параметри по заданим значенням зовнішніх і внутрішніх параметрів, тобто розв'язувати пряму задачу. При створенні технологічного об'єкту виникає необхідність вирішувати більш складну так звану зворотну задачу: за обумовленим технічним завданням на проектування технологічного об'єкта значенням зовнішніх і вихідних параметрів знаходити його внутрішні параметри.

Однак при побудові математичної моделі технологічної системи функція $f(x, g)$, зазвичай, заздалегідь невідома і її потрібно встановити. Це найбільш складна так звана задача ідентифікації математичної моделі (від латинського слова *identifico* – ототожнюю, якому в даному випадку додають сенсу «розпізнаю»). Задача ідентифікації може бути вирішена шляхом математичної обробки інформації про ряд таких станів технологічної системи, для кожного з яких відомі (наприклад, виміряні експериментально) значення вихідних, внутрішніх і зовнішніх параметрів. Один з таких способів пов'язаний із застосуванням регресійного аналізу. Якщо інформація про внутрішні параметри відсутня або ж внутрішній устрій технологічної системи занадто складний, то математичну модель такого об'єкта будують за принципом чорного ящика – встановлюють співвідношення між вхідними і вихідними параметрами шляхом дослідження реакції технологічного об'єкта на зовнішні (вхідні) впливи.

4. Математичні моделі в інженерних дисциплінах та використання їх результатів.

Здійснення окремих етапів математичного моделювання вимагає певних знань, навичок та практичної підготовки. Якщо перший, сьомий і частково шостий етапи стосовно до моделювання технічних об'єктів типові для амплуа інженера, то другий, третій і четвертий етапи передбачають наявність серйозної математичної підготовки, а п'ятий – навичок у розробленні та налагодженні ЕОМ-програм. Тому до математичного

моделювання складних технологічних систем доводиться залучати і інженерів, і математиків, і програмістів. Однак для координації їх зусиль необхідні фахівці, здатні здійснити кожен з розглянутих етапів на високому професійному рівні.

Зупинимося на особливостях побудови математичних моделей в інженерних дисциплінах. Математик-теоретик зазвичай вибирає для дослідження вже побудовану математичну модель, тобто починає роботу з формулювання математичної задачі і потім вже не піддає сумніву це формулювання, а лише обґрунтовує свої перетворення та етапи рішення завдання. При цьому в деяких випадках отримані результати вдається застосувати безпосередньо до конкретного технологічного об'єкту. Але в техніці жодну досить складну задачу не можна поставити таким чином. Будь-яке формулювання технічного завдання є умовним. Якщо деякий наслідок формулювання такого завдання невірний або неприйнятний, то завдання доводиться переформулювати, так як будь-яка послідовність математичних символів, записаних при побудові математичної моделі, є в дійсності послідовністю тверджень змістовного характеру, пов'язаних з конкретним досліджуванним технологічним об'єктом. Тому при математичному моделюванні технологічної системи необхідно враховувати як математичну, так і змістовну сторону завдання, пов'язуючи одне до одного.

Необхідно пам'ятати про відповідність математичної моделі реальному технічному об'єкту може призвести до помилок, пов'язаних з приписуванням йому властивостей його математичної моделі. Ізолювання етапів, пов'язаних з побудовою математичних моделей або розробкою алгоритмів і пакетів програм, як і навчання виконання цих етапів окремо, не достатньо для ефективного використання переваг математичного моделювання. Наявність сучасних ЕОМ саме по собі ще не вирішує проблему. Необхідно «інтелектуальне ядро» обчислювальної техніки, яким є її математичне забезпечення, що становить, за оцінками, не менше 80% загальної вартості розробки інформаційних технологій. Вигоди, що надаються програмним забезпеченням сучасних ЕОМ їх користувачам, часто призводять до прагнення звернутися при кількісному аналізі математичних моделей до існуючих і постійно вдосконалюючихся універсальних пакетів типу MathCad, MatLab і т.п. Більш того, універсальність математичних моделей і формування банків типових матмоделей дозволяють створювати програмні комплекси типу NASTGAN, ANSYS або FlowVision, в які вихідна інформація вводиться навіть не у вигляді математичної моделі, а у вигляді розрахункової схеми досліджуваної технологічної системи.

Однак метод, який працює для вирішення багатьох стандартних завдань, часто не є найкращим при вирішенні конкретного завдання, особливо нестандартною, а нерідко і взагалі не може бути застосованим. Але в інженерній практиці вирішувати доводиться в основному нестандартні задачі, тому що стандартні майже всі вирішені або можуть бути вирішені без особливих творчих зусиль. При вирішенні нових і складних завдань, які не мають близьких аналогів, шлях формального звернення до універсальних пакетів і програмних комплексів може призвести до отримання результатів, які не вдасться інтерпретувати стосовно до розглянутої технологічної системи. У таких випадках аналіз математичної моделі потрібно будувати на вмілому поєднанні якісних оцінок, аналітичних методів і застосування ЕОМ, пам'ятаючи, що мета розрахунків – не числа, а розуміння. Все це говорить про те, що ЕОМ, звільняючи нас від багатьох турбот і обов'язків, не звільняє у всякому випадку від двох з них – від необхідності володіти математикою і творчо мислити.

Вітчизняна промисловість уже має значний досвід у вирішенні задач, в яких використовуються математичні методи та комп'ютерні технічні засоби в області розробки нової техніки, проектуванні технологій, плануванні та управлінні технічними системами.

Процес проникнення математики в інженерну діяльність інтенсивно проходив в останні 20 років. Існують наукові школи по впровадженню математичних методів у прикладні задачі промисловості у США, Франції, ФРН та Україні, викликаному об'єктивними причинами. Так, розширення масштабів виробництва, поглиблення його спеціалізації, зростання вимог до якості та надійності продукції, призвели до різкого збільшення кількості проектних, управлінських та інших рішень, серед яких потрібно обирати найкращі.

У загальному вигляді математичне моделювання технічних систем використовується:

- а) для дослідження технічної системи ще до того, як вона буде спроектована з метою встановлення чутливості характеристик до змін структури та параметрів об'єкту моделювання і зовнішнього середовища;
- б) на етапі проектування технічної системи для аналізу та синтезу різних варіантів системи й відбору такого варіанту, який би задовольняв заданому критерію оцінки ефективності системи за прийнятих обмежень;
- в) при експлуатації технічної системи для отримання інформації, яка б доповнювала результати експлуатації реальної системи та для отримання прогнозів із розвитку системи в часі.

Названі випадки відображають лише загальний підхід до використання математичного моделювання. У реальних навчальних, дослідницьких чи виробничих процесах їх значно більше, вони більш різноманітні за своїми вхідними та вихідними параметрами і характеристиками. Методи моделювання успішно застосовують у таких галузях, як автоматизація проектування, організація роботи виробничих комплексів, транспорту, сфери обслуговування, аналіз різних аспектів діяльності людини, при автоматизованому управлінні виробничими та іншими процесами.

Треба зауважити, що моделювання використовують під час проектування, виробництва, впровадження й експлуатації технічних систем, а також на різних рівнях її вивчення – від аналізу роботи елементів до дослідження систем загалом у процесі взаємодії з навколишнім середовищем, тобто на всіх етапах життєвого циклу технічної системи. Математичне моделювання, як альтернатива дослідному (пробному) фізичному експерименту, методу спроб та помилок, вже входить у практику промислового виробництва як достатньо ефективний та економічно вигідний шлях розвитку та вдосконалення.

Так, наприклад, розробка автоматизованих вимірювальних комплексів не може обійтись без моделювання таких об'єктів як «деталь», «вимірювальний процес», «пристрій» тощо. При цьому використовується апарат дискретної математики: теорія множин, теорія графів, математична логіка, теорія прийняття рішень, лінійне та динамічне програмування та ін. Успішно використовуються на практиці методи математичного програмування, теорії масового обслуговування, мережеві методи планування та управління.

Так, методами лінійного програмування оптимізуються рішення від порівняно простих завдань різки листового металу, пошуку оптимальної траєкторії обробки складних контурів різальним інструментом до складних завдань оптимізації планів дільниці цеху при максимальному завантаженні обладнання тощо.

Значні можливості для вирішення складних задач промислового виробництва закладено у використанні методів динамічного програмування, випадкового пошуку та евристичного програмування. Методи теорії масового обслуговування широко розповсюджені при управлінні технологічною підготовкою виробництва, забезпечують потрібне завантаження обладнання та виконання робіт в установлені терміни.

У зв'язку зі швидким розвитком інформаційних технологій, відкриваються нові можливості для широкого використання методів теорії

ймовірності та математичної статистики, особливо методів кореляційного та дисперсійного аналізів при проектуванні технологічних процесів, прогнозуванні та ін.

Розвиток теорії та практики автоматизованого управління створив основу для створення адаптивних слідкуючих систем у металообробці. Математичне моделювання системи «верстат – пристрій – інструмент – заготовка» дозволило розробити для таких систем принципові основи автоматизованого управління точністю обробки, управління продуктивністю верстатного обладнання тощо.

На жаль, як у технічних науках, так і в їх практичному втіленні ще багато вузьких «неформалізованих» задач, які стримують використання автоматизованих систем типу САПР, АСУ ТП та ін. Напевно, головним прискорювачем рішення цих задач і є використання методів математичного моделювання.

Загальновживаний вираз: “Ніколи не починати справу, якщо не знаєш як вести її до заданої цілі”, у перекладі на інженерно математичну мову, означає: “Промодельуйте та розрахуйте за допомогою програмних засобів те, що ви отримаєте при ваших вхідних даних, тоді зрозумієте шляхи розв’язання задачі”.

Використання автоматизованих систем і масове впровадження комп’ютерної техніки на промислових підприємствах суттєво збільшує первинні капіталовкладення та основні фонди. Звичайно, у виробників і теоретиків виникає цікавість до оцінки ефективності цих витрат, терміну їх окупності. Кажучи про критерії ефективності, звичайно мають на увазі кількісну оцінку якісних характеристик, які відображають відношення досягнутих цілей до витрат. Прямим показником ефективності у цьому випадку може бути значення досягнутого результату, віднесене до суми витрат.

Наприклад, Ви – керівник підприємства, якому запропонували декілька альтернативних замовлень. Як обрати те, яке при мінімумі витрат принесе Вам максимум прибутку? Тут потрібно оцінити свої ресурси, ступінь завантаження підприємства, наявність обладнання та інше. Використання математичного моделювання та інформаційних технологій дозволять у лічені хвилини визначити всі переваги і недоліки запропонованих варіантів та обрати найкращий (оптимальний). Такі ж конкретні рішення й конкретні ефекти у натуральних та економічних показниках досягаються за допомогою математичного моделювання у більшості проектних і виробничих задач.

Особливості гасіння пожеж на складах вибухових речовин і боєприпасів. Основні терміни і визначення:

Склад зберігання вибухових речовин – будівля або будівельна конструкція, призначена для зберігання вибухових матеріалів.

Цех обробки боєприпасів – будівля або ділянка, на якій проводяться або призначена для проведення одного або більше видів таких заходів: обслуговування, підготовка, інспекція, розбір, реконструкція, випробування або ремонт вибухових речовин і боєприпасів.

Об'єкт, що наражається на небезпеку – сховище, камера, штабель, вантажівка або причіп з вантажем боєприпасів, цех вибухових речовин, житловий будинок, місце збору або шляхи загального користування, які зазнають впливу вибуху (пожежі) на потенційно вибухонебезпечній ділянці.

Склад зберігання вибухових речовин – будь-яка будівля або споруда, яка офіційно затверджена (призначена) для зберігання вибухових матеріалів.

Сховище – будь-яка споруда, будівля або контейнер, призначений для зберігання у ньому вибухових матеріалів.

Потенційно вибухонебезпечна ділянка – місце зберігання певної кількості вибухових речовин, які при вибуху являють небезпеку у вигляді ударної хвилі, теплового випромінювання та утворення осколків, які розлітаються, або уламків.

Барикадні загородження (барикада) – природні складки місцевості, штучний насип, траверз чи стіна, які, будучи використані з метою безпечного зберігання, здатні запобігти прямому контакту між сусідніми масами вибухових речовин навіть ціною власного руйнування.

Зона зберігання вибухових речовин – ділянка, що використовується для службового поводження з боєприпасами і вибуховими речовинами, їх переробки та зберігання. У відсутність огорожі вважається, що такою є ділянка в радіусі 50 м від будь-якої будівлі чи штабеля, в яких зберігаються вибухові матеріали.

Віддалення від житлового будинку – мінімальна допустима відстань між потенційно вибухонебезпечними ділянками та непов'язаними об'єктами, що наражаються на небезпеку, які потребують високого ступеня захисту від вибуху.

Віддалення від житлового будинку є формою зовнішньої кількісної відстані.

Внутрішня кількісна відстань – мінімальна допустима відстань між потенційно вибухонебезпечною ділянкою та об'єктом, що наражається на небезпеку, всередині зони зберігання вибухових речовин.

Зовнішня кількісна відстань – мінімальна допустима відстань між потенційно вибухонебезпечною ділянкою і об'єктом, що наражається на небезпеку поза зоною зберігання вибухових речовин.

Відстань між складами боєприпасів – мінімально допустима відстань між будівлею або штабелем, що містить вибухові речовини до інших подібних будівель або штабелів, яка запобігає прямому поширенню вибухів або пожежі.

Відстань від цеху переробки – мінімальна допустима відстань від будівлі або штабеля, що містить вибухові речовини до цеху переробки, або між цехами переробки, яка забезпечить прийнятний ступінь недосяжності для працівників, що перебувають усередині та високий ступінь захисту від прямого чи послідовного поширення вибухів.

Траверз/перехід (альтернативний термін «барикада/загородження») – природні складки місцевості, штучний насип, барикада/загородження або стіна, які здатні перехопити викиди уламків, що летять на великій швидкості під гострим кутом з потенційно вибухонебезпечної ділянки, запобігаючи ініціації запасів вибухових речовин, що зберігаються поблизу.

Уламки (debris) – будь-яка частина природного ґрунту, будови або матеріалу (що не є частиною функціонуючої вибухової речовини), що розлітається з місця вибуху.

Осколок (fragment) – будь-який твердий матеріал у контакті з вибуховою речовиною або щільно прилеглий до нього, що викидається з місця вибуху (це поняття переважно застосовують до металевого корпусу та упаковки).

Контрольні питання:

1. Дати визначення «Технічна система»;
2. Якими параметрами у загальному випадку характеризується технічна система;
3. Які структурні елементи повинна мати математична модель;

4. Особливості побудови математичних моделей в інженерних дисциплінах;
5. Для чого використовується математичне моделювання технічних систем;
6. Що таке адаптивні слідкуючі системи?
7. Перелічити етапи математичного моделювання технічних (технологічних) процесів;
8. Які умови повинні виконуватись для отримання адекватної побудованої моделі.

Модуль 2.

Математичне моделювання систем безпеки оповіщення та евакуації

Лекція № 4

Тема лекції

Математичне моделювання та оптимізація систем пожежної сигналізації

Питання лекції:

1. Загальна постановка задачі
2. Моделювання сенсорної зони датчика
3. Формалізація умов розміщення датчиків та визначення ϕ -функції
4. Побудова математичної моделі та моделювання задачі оптимізації довжини провідної мережі

1. Загальна постановка задачі

Задачі оптимального кругового покриття областей складної форми відносяться до класу NP-складних, для рішення яких використовуються, як правило, евристичні алгоритми. Для розробки ефективних алгоритмів, заснованих на застосуванні методів локальної й глобальної оптимізації, потрібна побудова адекватних математичних моделей, заснованих на аналітичному описі відносин між об'єктами в задачі покриття.

Розмаїтість початкових даних, що включають інформацію про форми, розміри геометричних об'єктів, технологічних обмеження і функції мети, породжує безліч оптимізаційних задач покриття. Але, незважаючи на різноманіття цих задач, усі вони можуть бути сформульовані в такий спосіб: необхідно деяку область, яка називається областю покриття, повністю покрити деякими об'єктами, які називаються покриваючими об'єктами, таким чином, щоб функція мети досягала екстремального значення, і при цьому дотримувалися технологічні обмеження.

Одним із варіантів технологічних обмежень можуть бути обмеження на мінімально й максимально припустимі відстані між центрами покриваючих об'єктів і границею області покриття, і між центрами "сусідніх" покриваючих об'єктів.

Розв'язання задач оптимального покриття було зорієнтовано, в основному, на використання ідеалізованих математичних моделей матеріальних об'єктів і їхніх взаємодій без урахування погрішності завдання вихідних даних. А так як мова йде про оптимізаційні задачі, актуальної стає проблема точності й вірогідності отриманих результатів.

У процесі забезпечення життєдіяльності суспільства виникає необхідність створення систем спостереження й контролю, у яких функція мети визначається не тільки як безпосереднє оцінювання характеристик і стану об'єкту, але й по якоїсь додатковій (наприклад, сигнальній) інформації. Фізична модель, що зв'язує характеристики об'єкта й спостережувальну інформацію, повинна бути побудована таким чином, щоб була можливість здійснити контроль і діагностування властивостей об'єкта.

Вартість і складність системи контролю й спостереження при дотриманні вимог до ймовірності виявлення сигналів залежать, в основному, від розмірів контрольованої площі або поверхні. Основні вимоги, що пред'являються до систем спостереження й контролю, наступні:

- система повинна виявляти джерела сигналів у будь-якій точці об'єкта, що контролюється; контроль за кожною точкою області, що контролюється, повинен бути здійснений при мінімальному числі контролюючих об'єктів (датчиків, приймачів і т.п.);
- вплив зовнішніх шумів, перешкод і дублювання фіксацій сигналів різними приймачами повинне бути мінімальним або повністю виключеним (тобто зони перекриття покриваючих об'єктів повинні бути мінімально можливими);
- вартість прокладки й експлуатації мереж (живильних, сигнальних і т.п.) повинна бути мінімальною за умови виконання двох попередніх пунктів.

У системах контролю й спостереження задачу можна обмежити виявленням зони виникнення сигналу, що не входить у діапазон припустимих параметрів. Реальні будівельні об'єкти, що мають складні конструкції, вимагають при створенні таких систем розробки схем розміщення датчиків або приймачів сигналів. При цьому кожна точка області, що контролюється, повинна перебувати в зоні дії хоча б одного приймача (датчика). Тому що область, яку контролює датчик, звичайно, представляють у вигляді кола, то якості адекватної моделі систем контролю й спостережень можна розглядати кругове покриття (покриття колами) області R^2 з додатковими обмеженнями, що виникають із фізичних характеристик застосовуваної апаратури.

До числа таких систем спостереження відносяться й системи автоматичного протипожежного захисту об'єктів, які можуть складатися з декількох підсистем: системи пожежної сигналізації; системи автоматичного пожежогасіння; системи оповіщення про пожежу й управління евакуацією.

Розглянемо приклади задач проектування підсистем автоматичного протипожежного захисту, які можуть бути розглянуті як задачі покриття. До них можуть бути віднесені:

- задача розміщення пожежних сповіщувачів (технологічних датчиків) при проектуванні систем пожежної (технологічної) сигналізації (СПС);
- задача розміщення випускних насадків при проектуванні автоматичних систем водяного й пінного пожежогасіння (АСВПТ);
- задача розміщення генераторів вогнегасного аерозолю при проектуванні автоматичних систем аерозольного пожежогасіння;
- задача розміщення модулів систем порошкового пожежогасіння.

При цьому в ході розв'язання оптимізаційних задач не слід обмежуватись лише етапом розміщення чутливих елементів систем спостереження. Актуальним є і побудова мереж (дротяних, без дротяних, трубопровідних та ін.), що їх поєднують.

На підставі перерахованого вище можна сформулювати базову оптимізаційну задачу (ВОСР).

Нехай Ω – багатозв'язна область, яка обмежена дугами окружностей і відрізками прямих, T_i , $i = 1, \dots, n$ – кола заданих радіусів. Необхідно покрити область Ω колами T_i , $i = 1, \dots, n$ так, щоб кількість об'єктів, що покривають, була мінімальна. При цьому повинен виконуватися ряд спеціальних обмежень, а довжина ламані, яка з'єднує центри кіл, повинна бути мінімальною.

2. Моделювання сенсорної зони датчика

Перш ніж перейти до формалізації аналітичного опису відносин між геометричними об'єктами в задачі кругового покриття довільної області сенсорними зонами датчиків, необхідно вказати спосіб визначення радіуса таких зон (радіуса чутливості датчика).

При завданні зазначеного радіуса можна використовувати підхід, що застосовувався раніше: для всіх приміщень, що мають однакові розміри, приймалася однакова площа відповідно до нормативної літератури і відповідно однаковий радіус. При такому підході не враховуються особливості розвитку пожежі в приміщенні, що захищається. Якщо при виборі радіуса враховувати пожежне навантаження приміщення, що захищається, характер виникнення й розвитку пожежі та ін. особливості, то ця величина для кожного окремого об'єкта, що захищається, може мати своє значення, навіть для приладів однієї марки. Тобто площа, що захищається пожежним сповіщувачем (ПС), це величина, що обчислюється в ході рішення задачі, і

залежить від величин, що характеризують осередок загоряння, які і є дійсно вихідними даними.

Зазвичай передбачається, що різні типи датчиків мають різні діапазони чутливості. Деякі дослідники навіть стверджують, що один сенсорний блок може мати різні діапазони чутливості. Зазвичай вважається, що датчик споживає більше енергії, коли він використовує більший діапазон чутливості. Контрольована точка може бути розташована усередині більш ніж однієї сенсорної зони. Тому деякі дослідники вводять змінний параметр чутливості z й враховують міру покриття точки щодо кожного окремого датчика. У літературі відомо три основних моделі сенсорної області: з дискретно загасаючою чутливістю (Рис 2.1 а), із гладко загасаючою чутливістю (Рис 2.1 б) і комбінованою (Рис 2.1 в).

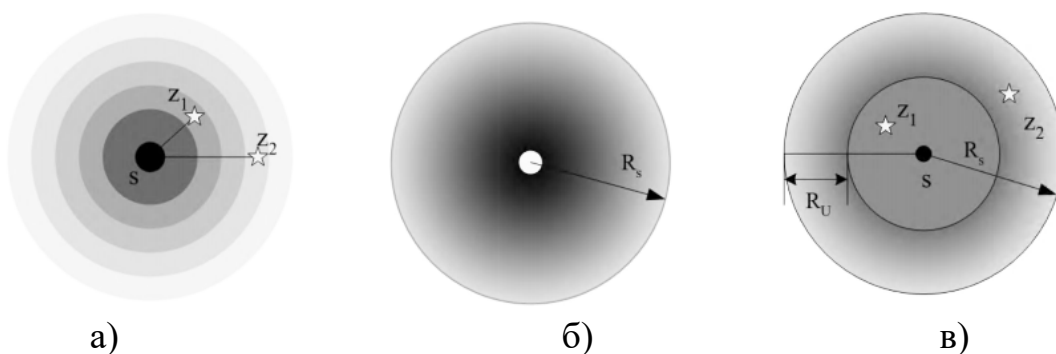


Рисунок 2.1 – Ілюстрація моделей сенсорних зон: а) – з дискретно загасаючою чутливістю; б) – гладко загасаючою чутливістю; в) – комбінованою

Отримані вирази для визначення радіуса, що захищається димовими й тепловими ПС:

$$R_{\text{контр}} = Q \cdot V_M \cdot \eta \cdot S_{\text{гор}} \cdot \left(\frac{5,38}{(T_{\text{max}} - T_{\text{пож}}) \cdot H_{\text{П}}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.1)$$

- для теплових,

$$R_{\text{контр}} = 2,9 \cdot \frac{\left[\left(\sqrt{\frac{S_{\text{доп}}}{2,5 \cdot V_{\text{П}}^2}} - \frac{\tau_{\text{Г}}}{4} \right) / \left(2,1 \cdot \left(\frac{H_{\text{П}}^4}{q} \right)^{0,2} \right) \right]^2}{\left[-\lambda \cdot \ln \left(1 - \frac{m_{\text{пор}}(\%)}{100} \right) \right] / \left(11,2 \cdot \frac{D_{\text{М}}}{Q} \cdot \left(\frac{q}{H_{\text{П}}^3} \right)^{0,2} \right)^2} \quad (2.2)$$

- для димових.

При визначенні погрішності завдання вихідних даних виникає ряд труднощів пов'язаних з відсутністю достатньої кількості інформації, занадто приблизним визначенням цих величин на практиці. Для ряду величин були прийняті рекомендації, а саме: коефіцієнт хімічного недопалу η , необхідний для визначення радіуса теплового ПС, і коефіцієнт поправки на дим λ , що як і η необхідний для обчислення $m_{\text{пор}}$ при визначенні радіуса димового ПП. Ці коефіцієнти приймаються рівними 0,7 і 0,8 відповідно. Причому вони мають таке значення як при визначенні верхньої, так і нижньої межі інтервалу радіуса. При визначенні погрішності завдання Q – нижньої теплоти згоряння речовини й $V_{\text{М}}$ – масової швидкості вигорання використовувалися результати стандартних дослідів і були прийняті величини 4% і 5% відповідно.

Метричні характеристики області покриття також задаються з погрішностями. Але варто відзначити, що величина погрішності виміру розмірів побутовими приладами невелика й істотного впливу на кінцевий результат не дає.

Нормативними даними, які використовуються в якості вихідних, є залежність величини площі, що захищається ПС, від висоти приміщення. Результати рішення задачі не повинні перевищувати нормативні вимоги. У ході досліджень, за допомогою математичної системи Mathcad була проведена інтерполяція залежності площі, що захищається, від висоти приміщення. Результати роботи наведені на рис. 2.2, 2.3.

Тобто у кожному конкретному випадку відповідно до формул (2.1) або (2.2) і значеннями погрішностей вихідних даних визначається інтервал зміни $R_{\text{контр}}$ і, відповідно, $S_{\text{контр}}$. Потім отримані значення порівнюються зі значенням інтерпольованої функції для конкретного значення висоти приміщення. У випадку якщо максимальне значення інтервалу не перевищує значення функції, то інтервал залишається незмінним. Якщо перевищує, то за верхню оцінку приймається значення інтерпольованої функції. Якщо й нижній оцінці

перевищує значення функції, то результат являє собою не інтервал, а абсолютне значення, що дорівнює значенню інтерпольованої функції.

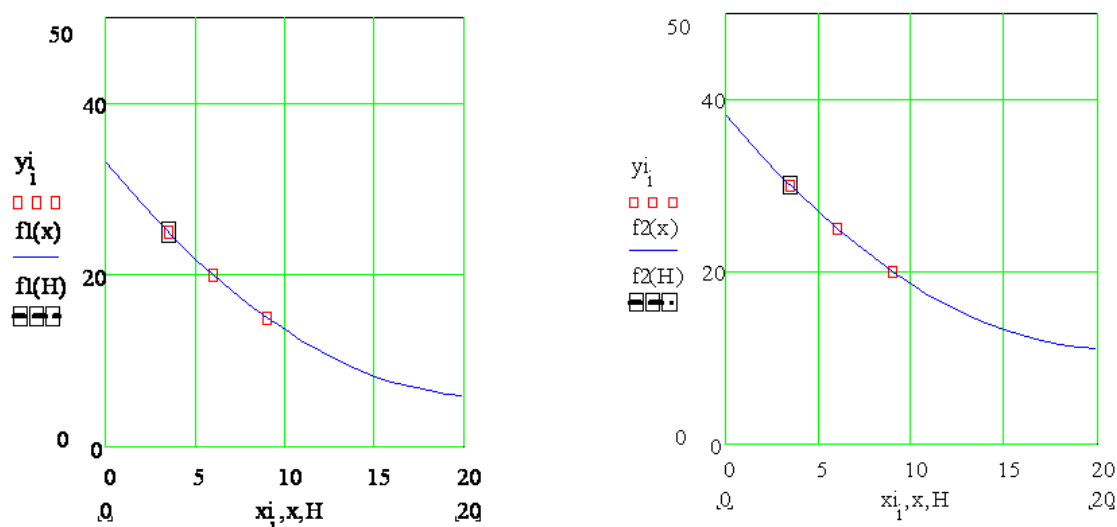


Рисунок 2.2 – Інтерполяція залежності площі, що захищається, від висоти приміщення: а) – для теплових ПС при квадратичній схемі; б) – для теплових ПС при трикутній схемі

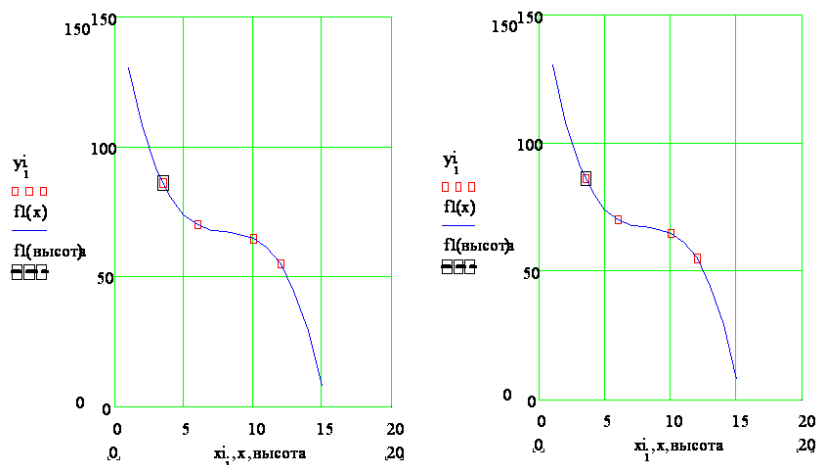


Рисунок 2.3 – Інтерполяція залежності площі, що захищається, від висоти приміщення: а) – для димових ПС при квадратичній схемі; б) – для димових ПС при трикутній схемі.

У такий спосіб по закінченню етапу підготовки вихідних даних для рішення задачі розміщення ПС маємо:

– нормативну інформацію, що регламентує положення ПС друг відносно друга й відносно стін приміщення, що захищається, необхідна для побудови області припустимих рішень;

– інтервал зміни радіуса області, що захищається ПС, узгоджений з вимогами.

Тобто можна переходити до етапу безпосереднього розміщення ПС, результат якого буде не тільки враховувати нормативні вимоги, а й особливості пожежного навантаження в приміщенні, розвитку пожежі, можливість завдання вихідних даних з похибкою.

3. Формалізація умов розміщення датчиків та визначення ϕ -функції

На відміну від більшості розглянутих у літературі задач покриття, у задачі побудови мережі пожежної сигналізації, що розглядається, на можливе положення датчиків накладають додаткові умови технологічного характеру. Це пояснюється тим, що сенсори, як реальні тіла фізичного миру, повинні знаходитись в приміщенні й при цьому не перетинатися між собою й із зонами заборони (балками, плафонами освітлення, повітряпроводами, колонами, декоративними елементами й т.п.).

Усього для задачі покриття області сенсорними зонами датчиків пожежної сигналізації зустрічаються три типи технологічних відносин між геометричними об'єктами:

- умови взаємного попарного неперетинання (або розміщення не менш, ніж на мінімально припустимій відстані) датчиків між собою;
- умови належності датчиків області з урахуванням зон заборони;
- розміщення на максимально припустимій відстані «сусідніх» датчиків (датчиків, сенсорні зони яких перетинаються).

Для формалізації обмежень зазначеного типу доцільно використовувати апарат ϕ -функцій.

У класі задач геометричного проектування, до якого належить розглянута задача, як математичні моделі двовимірних об'єктів використовуються ϕ -об'єкти. ϕ -Об'єктом називається непуста точкова множина $A \in R^2$, що задовольняє наступним вимогам: A - канонічно замкнута множина ; внутрішність і замикання множини A мають однаковий гомотопічний тип .

Об'єкт A , повернений на кут θ_A і трансльований на вектор $v_A = (x_A, y_A)$, позначається як $A(u_A)$, $u_A = (v_A, \theta_A)$. При цьому будь-якій точці p вихідного об'єкта $A(0, 0, 0)$ відповідає точка $p' = v_A + p \cdot M(\theta_A)$, де

$$M(\theta_A) = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} - \text{матриця оператора повороту площини.}$$

Безперервна, усюди визначена функція $\Phi^{AB} : R^6 \rightarrow R^1$ називається Φ -функцією об'єктів $A(u_A)$ і $B(u_B)$, якщо вона задовольняє наступним характеристичним властивостям $\Phi^{AB}(u_A, u_B) < 0$, якщо об'єкти мають спільні внутрішні точки; $\Phi^{AB}(u_A, u_B) = 0$, якщо об'єкти торкаються; $\Phi^{AB}(u_A, u_B) > 0$, якщо об'єкти $A(u_A)$ і $B(u_B)$ не мають спільних точок.

Критерій покриття. Для того, щоб множина $\Upsilon = \bigcup_{i=1}^n C_i$ була невинордженим круговим покриттям множини Ω , необхідно й досить, щоб:

- кожна точка $p_k \in P$ належала хоча б одному об'єкту $\text{int } C_i, i \in I_n$;
- кожна точка $t \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } \Omega, i \in I_n$, належала хоча б одному об'єкту $\text{int } C_j, j \in I_n, i \neq j$;
- кожна точка $t \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j, i, j \in I_n, i \neq j$, що належить $\text{int } \Omega$, належала хоча б одному об'єкту $\text{int } C_s, s \in I_n, s \neq i, s \neq j$.

4. Побудова математичної моделі та моделювання задачі оптимізації довжини провідної мережі

Нехай задана замкнута обмежена область $\Omega \subset R^2$ із кусочно-гладкою границею, яка сформована L фрагментами аналітично описаних кривих (наприклад, відрізками прямих і дугами окружностей), і множина кіл $C = \{C_i, i = 1, 2, \dots, n\}$. Кількість фрагментів L може бути рівним одиниці (а Ω являти собою, наприклад, коло). Далі передбачається, що $C_i = C_i(u_i) = C_i(x_i, y_i)$, точка u_i збігається із центром C_i . Вектор u_i називається вектором трансляції або вектором параметрів розміщення кола C_i . Нагадаємо, що об'єднання

$\Upsilon = \bigcup_{i=1}^n C_i$ називається круговим покриттям області Ω , якщо $\Omega \subseteq \Upsilon$.

Постановка задачі. Знайти покриття Υ області Ω , що задовольняє системі технологічних обмежень, які накладаються на вектор параметрів розміщення кіл, і оптимальне відповідно до деякого критерію якості $F(u), u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$.

З очевидних міркувань виключимо надалі з розгляду покриття, у яких є надлишкові кола, тобто вважаємо, що $\Omega \not\subset \Upsilon \setminus C_i, \forall i \in I_n$.

Також без порушення спільності для спрощення викладень не будемо розглядати покриття, для яких хоча б одна із границь компонентів зв'язності

Ω не має спільних точок із границями кіл з Υ . Якщо така ситуація зустрічається, то або відповідна компонента зв'язності покрита одним колом і може бути виключена з розгляду, або умова покриття для даної компоненти не виконується.

Сформуємо множину P точок p_k , у яких порушується гладкість границі Ω , і позначимо K потужність множини P .

Надалі вважаємо, що кривизна границі в будь-якій її точці, крім точок з P , менше кривизни кіл з множини C . Для ділянок границі з порушенням цієї умови будується зовнішня апроксимація фрагментами кривих меншої кривизни.

Перепишемо критерій повноти покриття, сформульований у попередньому розділі, у вигляді: для того, щоб множина $\Upsilon = \bigcup_{i=1}^n C_i$ була

невиродженим круговим покриттям множини Ω , необхідно й достатньо, щоб:

– для кожної точки $p_k \in P$ нашлося хоча б одне коло $C_i, i \in I_n$ таке, що $p_k \in \text{int } C_i$;

– для будь-якої точки $t_{ik}^* \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } \Omega, i \in I_n, k \in \{1, 2\}$ нашлося хоча б одне коло $C_{j_k}, j \in I_n, i \neq j$, таке, що $t_{ik}^* \in \text{int } C_{j_k}$ й, відповідно, точка $t_{ijk} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j$ належить Ω^* ;

– для будь-якої точки $t_{ijk} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j, i, j \in I_n, i \neq j, t_{ijk} \in \text{int } \Omega, k \in \{1, 2\}$, існує $C_{s_k}, s \neq i, s \neq j$, таке що, $t_{ijk} \in \text{int } C_{s_k}$.

При використанні кіл однакового радіуса координати точок виду t_{ijk} можуть бути визначені аналітично на основі виразів виду (2.1)-(2.2).

При побудові математичної моделі виконання першого критерію забезпечується додаванням у систему обмежень задачі нерівностей виду $\varphi^{p_k C_i} \geq 0$, другого критерію – нерівностей виду $\varphi^{t_{ik}^*} \geq 0$, третього критерію – нерівностей виду $\varphi^{t_{ijk}} \geq 0$, де $\varphi^{p_k C_i}, \varphi^{t_{ijk}}$ – функції належності а $\varphi^{t_{ik}^*}$, залежно від виду області Ω^* , може бути функцією належності або квазі-функцією належності.

Нехай дано невірне покриття Υ області Ω колами однакового радіуса й необхідно оптимізувати деякий критерій якості. Якщо Υ не містить у собі Ω , можна збільшувати радіус формуючих Υ кіл доти, поки не буде вдоволен критерій покриття.

Побудуємо для покриття Υ наступні індексні множини:

– множина Ξ_1 , елементами якої є пари чисел, що складаються з номерів точок з множини P й номерів кіл, що задовольняють умовам пункту 1 критерію покриття області;

– множина Ξ_2 , елементами якої є трійки чисел, що складаються з номерів двох кіл, що перетинаються, і номерів точок перетинання кіл, що задовольняють умовам пункту 2 критерію покриття області колами;

– множина Ξ_3 , елементами якої є четвірки чисел, що складаються з номерів трійок кіл, що перетинаються, і номерів точок перетинання, що задовольняють умовам пункту 3 критерію покриття області колами.

Тоді на підставі засобів моделювання відносин між об'єктами в задачах кругового покриття у вигляді ϕ -функцій, квазі- ϕ -функцій, функцій належності й квазі-функцій належності, що розглянуті у попередньому розділі, досить загальна математична модель задачі покриття може бути записана у вигляді

$$\underset{u \in W \subset R^\delta}{extr} F(u), \quad (2.3)$$

$$W = \{u \in R^\delta : \varphi^{p_k C_i} \geq 0 \forall (i, k) \in \Xi_1, \varphi^{t_{ijk} \Omega^*} \geq 0, \Phi_{-}^{C_i C_j} \geq 0 \forall (i, j, k) \in \Xi_2, \\ \varphi^{t_{ijk} C_k} \geq 0, \Phi_{-}^{C_i C_j} \geq 0 \forall (i, j, s, k) \in \Xi_3, \Psi \geq 0\}, \quad (2.4)$$

де

$$\sigma = 2n + l;$$

l – кількість додаткових змінних, що залежить від постановки задачі, обраних засобів моделювання відносин між геометричними об'єктами й виду технологічних обмежень задачі;

$u = (u_1, u_2, \dots, u_n, t)$ – вектор змінних задачі;

t – вектор додаткових змінних задачі;

$u_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ – параметри розміщення i -го кола;

$\varphi^{p_k C_i}, \varphi^{t_{ijk} C_k}$ – функції належності;

$\varphi^{t_{ijk} \Omega^*}$ – функції (або квазі-функції) належності (залежно від виду області Ω й обраних засобів моделювання відносин між геометричними об'єктами);

$t_{ijk} = f(u_i, u_j, k)$, $k \in \{1, 2\}$ – точка перетинання окружностей C_i і C_j ;

$f(u_i, u_j, k)$, $k \in \{1, 2\}$ – функція, що побудована на основі виражень виду (2.26)-(2.29), яка розраховує координати точок перетинання окружностей C_i і C_j ;

$\Phi_{-}^{C_i C_j} = 4r^2 - (x_i - x_j)^2 - (y_i - y_j)^2$ – псевдонормалізована ρ -функція, що формалізує умови розміщення пари кіл на максимально припустимій відстані $\rho = 0$;

$\Psi(u)$ – система допоміжних обмежень (наприклад, умов належності центрів кіл області Ω).

Для моделювання задачі оптимізації провідної сенсорної мережі для системи пожежних сповіщувачів до моделі (2.3)–(2.3) вносяться наступні зміни:

– у систему додаткових обмежень вносяться умови належності сенсорів області з урахуванням мінімально припустимих відстаней до границі області (у загальному випадку описуються за допомогою мінімаксних ρ -функцій);

– у систему додаткових обмежень вносяться умови неналежності центрів сенсорів областям заборони (у загальному випадку описуються за допомогою мінімаксних ρ -функцій);

– у систему додаткових обмежень задачі вносяться мінімально припустимі відстані між центрами сенсорів (описуються за допомогою всюди гладкої ρ -функції);

– мінімізується функція цілі, що представляє собою довжину траси.

Відповідні послідовності кіл для кільцевого та радіального типу дровових з'єднань розраховуються шляхом розв'язання допоміжних задач комівояжера та задачі маршрутизації відповідно.

Для кільцевого типу дровових з'єднань функція цілі може бути записана у вигляді $\rho(u_0, u_{m_1}) + \sum_{i=1}^{n-1} \rho(u_{m_i}, u_{m_{i+1}}) + \rho(u_{m_n}, u_0)$, де $m_i \in \{1, 2, \dots, n\}$ – номери кіл,

$m_i \neq m_j, i \neq j$; $\sum_{i=1}^{n-1} \rho(u_{m_i}, u_{m_{i+1}})$ – сума відстаней між центрами кіл, взятих у певній послідовності $m_1, m_2, \dots, m_n$; $\rho(u_0, u_{m_1})$ і $\rho(u_{m_n}, u_0)$ – відстані від точки початку траси u_0 до центра першого й останнього в обраній послідовності кола відповідно. Для радіального типу провідних з'єднань функція цілі може бути

представлена у вигляді $\sum_{q=1}^Q (\rho(u_0, u_{m_1^q}) + \sum_{i=1}^{n_q-1} \rho(u_{m_i^q}, u_{m_{i+1}^q}))$ де Q – кількість шлейфів; $m_i^q \in \{1, 2, \dots, n\}$ – номери кіл, $m_i^q \neq m_j^q, i \neq j, q = 1, 2, \dots, Q$,

$m_i^{q_1} \neq m_j^{q_2}, q_1 \neq q_2, q_1, q_2 = 1, 2, \dots, Q$, $\sum_{q=1}^Q n_q = n$; доданок $\sum_{i=1}^{n_q-1} \rho(u_{m_i^q}, u_{m_{i+1}^q})$ – сума

відстаней між центрами кіл, узятих у певній q -й послідовності $m_1^q, m_2^q, \dots, m_{n_f}^q$; $\rho(u_0, u_1^q)$ – відстань від точки початку траси u_0 до центра першого в q -ой послідовності кола. Тут $\rho(u_1, u_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ – відстань між точками u_1 й u_2 .

Висновки: На лекції розглянуті низка питань щодо математичного моделювання та оптимізація систем пожежної сигналізації

Організація оповіщення територіальних органів та підрозділів ДСНС в умовах воєнного стану.

Оповіщення територіальних органів та підрозділів ДСНС в умовах воєнного стану здійснюється відповідно до постанови Кабінету Міністрів України від 27 вересня 2017 р. № 733 «Про затвердження Положення про організацію оповіщення про загрозу виникнення або виникнення надзвичайних ситуацій та організації зв'язку у сфері цивільного захисту.

Організація оповіщення та збору особового складу визначається інструкцією, що затверджується відповідними начальниками територіальних органів ДСНС України та аварійно-рятувальних формувань центрального підпорядкування (АРФ ЦП) (наказ МВС

України від 10.02.2022 № 116 «Про затвердження Порядку організації внутрішньої, гарнізонної та караульної служб в органах та підрозділах Державної служби України з надзвичайних ситуацій». Зареєстровано в Міністерстві юстиції України 19 травня 2022 р. за № 534/37870).

Відповідно до Указу Президента України від 24 лютого 2022 року № 64 «Про введення воєнного стану в Україні» розпорядженням Кабінету Міністрів України від 24 лютого 2022 року № 179-р «Про організацію функціонування єдиної державної системи цивільного захисту в умовах воєнного стану» єдину

державну систему цивільного захисту (далі – ЄДСЦЗ) було приведено у режим функціонування в умовах особливого періоду.

Оповіщення органів управління та підрозділів ДСНС про ведення воєнного стану здійснюється через оперативно-чергову службу державного центру управління в надзвичайних ситуацій ДСНС.

З введенням воєнного стану територіальні органи та підрозділи ДСНС України приводяться у готовність до виконання завдань за призначенням в умовах особливого періоду.

Питання для самоконтролю

1. Основні вимоги, що пред'являються до систем спостереження й контролю
2. Які можуть бути розглянуті задачі як задачі покриття.
3. Які існують моделі сенсорних зон.
4. Значення ρ -функції для формалізації умов розміщення датчиків

Завдання на самопідготовку:

Конспект лекцій.

Модуль 3.**Математичне моделювання систем пожежогасіння****Лекція № 5****Тема лекції****Математичні методи визначення параметрів систем водяного та пінного пожежогасіння****Питання лекції:**

1. Нормативні вимоги до розміщення зрошувачів.
2. Моделювання схем розміщення зрошувачів.
3. Математична модель задачі розміщення зрошувачів.

1. Нормативні вимоги до розміщення зрошувачів.

Ефективність роботи будь-якої технічної системи контролю і спостереження, до яких відносяться і автоматичні установки пожежогасіння, залежить від часу виявлення змін контрольованого ознаки. А це час, в свою чергу, залежить від «якості» розміщення пристроїв виявлення.

Крім того, не варто забувати про загальну вартість і складності системи. Їх завищення може привести до невиправданих витрат по створенню і поточному обслуговуванню.

Вартість і складність системи контролю і спостережень при дотриманні вимог до ймовірності виявлення сигналів залежать в основному від розмірів контрольованої площі або поверхні. Основні вимоги, що пред'являються до систем спостереження і контролю, такі: система повинна виявляти джерела сигналів в будь-якій точці контрольованого об'єкта; контроль за кожною точкою спостерігається області повинен бути здійснений при мінімальному числі контролюючих об'єктів (датчиків, приймачів і т.п.); вплив зовнішніх шумів, перешкод і дублювання фіксацій сигналів різними приймачами має бути мінімальним або виключено (тобто зони перекриття покривають об'єктів повинні бути мінімально можливими).

У системах контролю і спостереження завдання можна обмежити виявленням зони виникнення сигналу, що не входить в діапазон допустимих параметрів. Реальні об'єкти, що мають складні конструкції, вимагають при створенні цих систем розробки спеціальних схем розміщення датчиків або приймачів сигналів. При цьому кожна точка контрольованої області повинна знаходитися в зоні дії хоча б одного приймача (датчика). З огляду на перелічені вимоги до систем контролю і спостереження, сформулюємо критерії оптимізації, за якими ведеться контроль і спостереження. Це число приймачів сигналів, геометричні характеристики галузі контролю і т.д. Отже, в якості завдання оптимізації систем контролю і спостережень можна

розглядати задачі покриття. Під областю покриття будемо розглядати контрольовану поверхню, а під покривають множинами - геометричні об'єкти тієї ж конфігурації, що і зони впевненого прийому сигналів (зони контролю датчиків).

Під датчиками контролю в установках водяного пожежогасіння розуміються зрошувачі. Зрошувачі в установках виконують подвійну функцію. По-перше, в спринклерних системах і в гідравлічних (пневматичних) спонукальних системах дренчерних систем, вони виконують роль чутливих елементів, що виявляють факт виникнення пожежі. По-друге, через зрошувачі подається вогнегасна речовина, що забезпечує виконання основної функції систем пожежогасіння - ліквідації пожежі.

І, в зв'язку з цим, кожна точка приміщення, що підлягає повинна контролюватися мінімум одним зрошувачем для того, щоб, по-перше, не було «мертвих зон» при виявленні пожежі, а, по-друге, кожна точка приміщення повинна зрошуватися вогнегасною речовиною.

Зрошувачі, як правило, розташовуються на стелі приміщення, що підлягає і зона, контрольована таким приладом, являє собою коло деякого радіуса R , що визначається його технічними характеристиками, з максимальним відгуком у межах центрі, представляє собою кругову проекцію радіуса r^- зрошувача на підлогу приміщення, і зменшенням чутливості в міру віддалення від нього.

Таким чином, представивши приміщення, що підлягає у вигляді довільної області покриття, а зони, контрольовані зрошувачами в вигляді покривають кіл, можна сформулювати це завдання, як завдання покриття. При цьому слід зазначити, що в математичній моделі задачі будуть присутні додаткові технологічні обмеження: необхідно область довільної просторової форми T_0 повністю покрити колами T_i , $i = 1, 2, \dots, n$ заданого радіуса таким чином, щоб кожна точка області T_i , належала хоча б одному з об'єктів, а кількість покривають об'єктів було мінімальним. При цьому повинен виконуватися ряд спеціальних обмежень.

Одним з обмежень будемо вважати необхідність використання тільки регулярного (гратчастого) покриття. Це обмеження пов'язане з тим, що прокладку трубопроводів розподільної мережі доцільно виконувати по-прямій. Наявність додаткових фасонних частин в системі трубопроводів підвищує втрати напору і ускладнює процес монтажу.

Крім того нормативними документами обмовляється максимально допустима відстань між сусідніми зрошувачами і від крайнього зрошувача до стіни.

Теоретично модель поставленої задачі має вигляд:

$$T_0 \cap \left[\bigcup_{i=1}^n T_i \right] = T_0 \quad (5.1)$$

Вираз (5.1) описує умову покриття, при виконанні якого кожна точка області T_0 належить хоча б одному з об'єктів, $T_1, T_2, \dots, T_n$.

Математичну модель поставленої задачі можна наступним чином: визначити

$$\max_{Z \in D \subset I_S^{2n}(R)} \theta(Z_1, Z_2, \dots, Z_n), \quad (5.2)$$

де $Z_i = (\langle X \rangle_i, \langle Y \rangle_i)$ – координати центра кола T_i , $i \in I_n$ у фіксованій системі координат, яка збігається з власною системою координат області T_0 ;
 $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n) = ((\langle X \rangle_1, \langle Y \rangle_1), (\langle X \rangle_2, \langle Y \rangle_2), \dots, (\langle X \rangle_n, \langle Y \rangle_n)) =$
 $= ((\langle x_1, v_{x1} \rangle, \langle y_1, v_{y1} \rangle), (\langle x_2, v_{x2} \rangle, \langle y_2, v_{y2} \rangle), \dots, (\langle x_n, v_{xn} \rangle, \langle y_n, v_{yn} \rangle));$

$D \subset I_S^{2n}(R)$ – область допустимих рішень. Область формується, виходячи з умови (5.2), а також з урахуванням ряду додаткових спеціальних обмежень, наявність яких обумовлено вимогами нормативної літератури [1].

В роботі [2] наведено загальну характеристику і формальна постановка задач покриття. Авторами приділено увагу формалізації умов покриття з використанням апарату Ф-функцій, $\square$ -функцій, структур лінійних нерівностей.

Розглянемо більш докладно кожен з обмежень задачі.

При розміщенні зрошувачів кожна точка приміщення, що підлягає повинна контролюватися хоча б одним приладом. Далі будемо вважати, що в разі виникнення пожежі в межах області, контрольованій зрошувачем, ймовірність його виявлення дорівнює одиниці, тобто виявлення - подія достовірне.

Розглянемо більш докладно кожен з обмежень задачі.

При розміщенні зрошувачів кожна точка приміщення, що підлягає повинна контролюватися хоча б одним приладом. Далі будемо вважати, що в разі виникнення пожежі в межах області T_i , контрольованій зрошувачем, ймовірність його виявлення дорівнює одиниці, тобто виявлення - подія достовірне.

2. Моделювання схем розміщення зрошувачів.

Проектування схем розміщення зрошувачів передбачає дотримання ряду нормативних розмірів. Залежно від типу приміщення, що підлягає в нормативній літературі [1] наводяться максимальні відстані між зрошувачами і від зрошувача до стін цього приміщення.

Проекція зрошувача на площину, якій належить множина T_0 , являє собою коло C^- радіуса r^- , що визначається габаритними розмірами приладу.

Область T_0^- можливого розташування центрів покривають об'єктів $T_1, T_2, \dots, T_n$ з урахуванням r^- можна описати таким чином:

$$T_0^- = \text{cl}(E^2 \setminus (\text{cl}(E^2 \setminus T_0) \oplus C^-)) , \quad (5.3)$$

де $\oplus$ – операція суми Мінковського;

$\text{cl}(\cdot)$ – операція топологічного замикання.

Назвемо крайніми - об'єкти, для яких виконується умова

$$T_i \cap \text{fr}T_0 \neq \emptyset, \quad i \in I_n.$$

Максимально допустима відстань між центрами крайніх покривають об'єктів і кордоном області покриття T_0 має бути не більше ніж r_0^+ , де r_0^+ величина визначається нормативною літературою [1] $r^- < r_0^+ < R$.

Тоді, область $T_0^+ \subset I_S^{2n}(R)$ припустимого розташування центрів об'єктів, що покривають $T_1, T_2, \dots, T_n$ з урахуванням r_0^+ можна визначити наступним чином:

$$T_0^+ = (\text{cl}(E^2 \setminus T_0) \oplus C^+) \cap T_0 , \quad (5.4)$$

де C^+ – круг радіуса r_0^+ .

Пусть

$$T^* = \text{cl}(E^2 \setminus T_0) . \quad (5.5)$$

Позначимо через $T' \subset I_S^{2n}(R)$ область, якої можуть належати центри крайніх об'єктів, а через $T'' \subset I_S^{2n}(R)$ – область, якої можуть належати центри інших об'єктів, що належать області T_0^- . Тоді, враховуючи (5.3), (5.4), маємо

$$T' = (T_0^+ \cap T_0^-) , \quad (5.6)$$

$$T'' = \text{cl}(R^2 \setminus (T^* \oplus C^R)) , \quad (5.7)$$

де C^R – круг радіуса R .

Очевидно, что $T_0^- \neq T' \cup T''$.

Як відомо, Φ – функція, що описує взаємне розташування об'єктів T_i, T_j визначається наступним чином:

$$\begin{aligned} \Phi(Z_i, Z_j) &> 0, \text{ якщо } clT_i \cap clT_j = \emptyset, \\ \Phi(Z_i, Z_j) &= 0, \text{ якщо } intT_i \cap intT_j = \emptyset \text{ и } frT_i \cap frT_j \neq \emptyset, \\ \Phi(Z_i, Z_j) &< 0, \text{ якщо } intT_i \cap intT_j \neq \emptyset. \end{aligned}$$

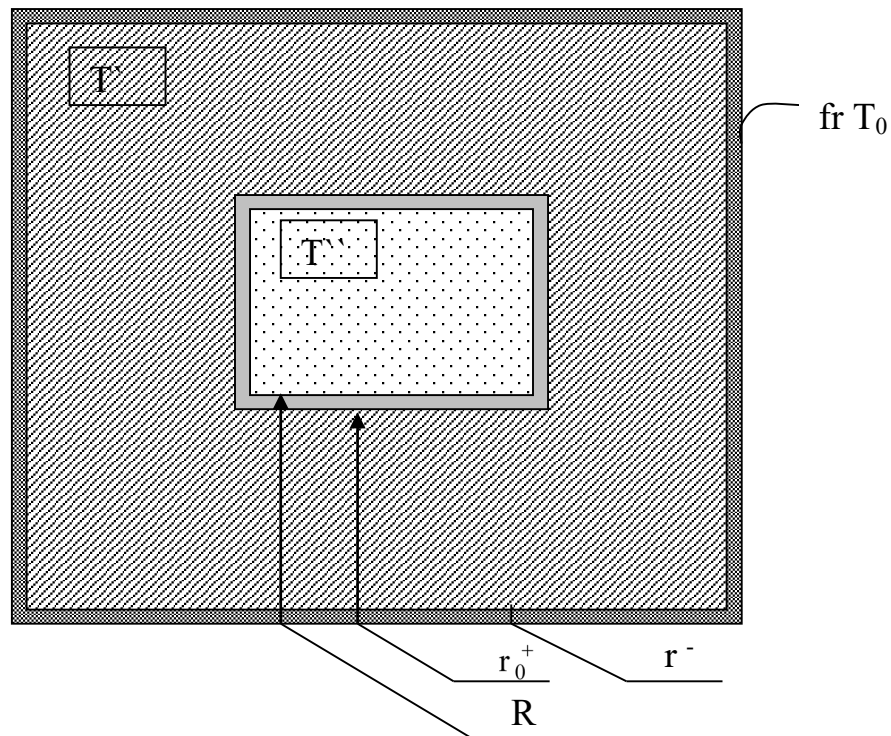


рисунок 5.1. – Области T' и T''

Назвемо сусідніми об'єкти, що покривають $T_i, T_j, i \neq j \in I_n$, для яких значення Φ – функції не позитивні, тобто

$$\Phi(Z_i, Z_j) \leq 0. \quad (5.8)$$

Згідно нормативної літератури [1], максимально допустима відстань між центрами сусідніх покривають об'єктів T_i, T_j повинно бути не більше ніж r^+ . Цю умову можна задати у вигляді нерівності

$$\sum_{i=1}^n ((x_{i1} - x_{i2})^2 + (v_{x_{i1}} - v_{x_{i2}})^2) - (r^+)^2 \leq 0 \quad (5.9)$$

Мінімально допустима відстань між центрами сусідніх об'єктів, що покривають T_i, T_j повинно бути не менше ніж $2r^-$, тобто

$$(2r^-)^2 - \sum_{i=1}^n ((x_{i1} - x_{i2})^2 + (v_{x_{i1}} - v_{x_{i2}})^2) \leq 0.$$

При цьому, слід зауважити, що $2r^- \ll r^+ < 2R$.

Таким чином, обмеження на максимальні і мінімальні допустимі відстані між центрами сусідніх покривають об'єктів T_i, T_j задається системою нерівностей:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n ((x_{i1} - x_{i2})^2 + (v_{x_{i1}} - v_{x_{i2}})^2) - (r^+)^2 \leq 0, \\ (2r^-)^2 - \sum_{i=1}^n ((x_{i1} - x_{i2})^2 + (v_{x_{i1}} - v_{x_{i2}})^2) \leq 0. \end{cases} \quad (5.10)$$

Для всіх інших об'єктів ця умова виконуватися не повинно.

У просторі $I_S^{2n}(R)$ умови приналежності центрів кіл $T_1, T_2, \dots, T_n$ областям виду (5.5), (5.6), (5.7), описуються множинами D^*, D', D'' , відповідно.

Нехай є деяка множина $D^{***} \subset E^{2n}$ виду:

Для всех остальных объектов это условие выполняться не должно.

$$D^{***} = \{Z \in D''' \mid \forall (i_k, j_k) \in K_n, \rho(Z_{i_k}, Z_{j_k}) \in [2r^-, r^+] \cup [2R, \text{diam} T_0^-]\}$$

де K_n – множина пар індексів (i_k, j_k) , $i_k \in I_n$, $j_k \in I_n$, $i_k \neq j_k$, $D''' = D' \cup D''$.
Очевидно, що потужність множини K_n дорівнює C_n^2 . При цьому, припускаємо, що $K_n = A_n \cup B_n$, где $A_n \cap B_n = \emptyset$.

Система (1.10) у просторі E^{2n} задає деяка множина $D^\pm = \{Z \in D''' \mid \forall (i_k, j_k) \in A_n, \rho(Z_{i_k}, Z_{j_k}) \in [2r^-, r^+]\}$.

Припустимо $D^{**} = \{Z \in D''' \mid \forall (i_k, j_k) \in B_n, \rho(Z_{i_k}, Z_{j_k}) \in [2R, \text{diam} T_0^-]\}$,
тобто $D^{***} = D^{**} \cup D^\pm$.

Таким чином, область допустимих рішень можна представити у вигляді:

$$D = ((D' \cup D'') \cap (D^{\pm} \cup D^{**})) \cup D^*. \quad (5.11)$$

Для аналітичного опису області допустимих рішень $D \subset E^{2n}$ будемо використовувати поняття структури нерівностей [2].

Нехай є нерівності, $f_i(Z) \leq 0$,

$Z_i = (\langle X \rangle_i, \langle Y \rangle_i) = (\langle x_i, \nu_{x_i} \rangle, \langle y_i, \nu_{y_i} \rangle)$, $i \in I_m = \{1, 2, \dots, m\}$ и предикат δ_{ij} :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } f_i(Z) \leq 0 \wedge f_j(Z) \leq 0, \\ 0, & \text{если } f_i(Z) \leq 0 \vee f_j(Z) \leq 0. \end{cases}$$

Упорядкований набір $F(Z)$ нерівностей $f_i(Z) \leq 0$, $i \in I_m$, с предикатом $\delta_{ij} = (f_i(Z) \leq 0, f_j(Z) \leq 0)$, $i, j \in I_m$, який задано в вигляді симетричної матриці $\Delta = \|\delta_{ij}\|_{m \times m}$, має назву структури нерівностей і позначається через $G(F(Z), \Delta, m)$.

Позначимо матрицу $\Delta = \|\delta_{ij}\|_{m \times m}$ с $\delta_{ij} = 1$, $\forall i, j \in I_m$, через Δ^1 , а матрицу $\Delta = \|\delta_{ij}\|_{m \times m}$ с $\delta_{ij} = 0$, $\forall i \neq j \in I_m$, $\delta_{ij} = 1$, $i = j \in I_m$, через Δ^0 . Ясно, що структура $G(F(Z), \Delta^1, m)$ являє собою систему нерівностей, взятих з даного набору.

Визначимо операції перетину і об'єднання структур нерівностей. Нехай дано структури $G_1(F_1(Z), \Delta_1, k_1)$, $\Delta_1 = \|\delta_{ij}^1\|_{k_1 \times k_1}$ и $G_2(F_2(Z), \Delta_2, k_2)$, $\Delta_2 = \|\delta_{ij}^2\|_{k_2 \times k_2}$. Ці структури описують множини $D_1, D_2 \in E^{2n}$ відповідно.

Перетином структур G_1 и G_2 є структура $G^\cap(F(Z), \Delta^\cap, k)$, яка описує множину $D_1 \cap D_2$, де $\Delta^\cap = \|\delta_{ij}^\cap\|_{k \times k}$, $F(Z) = \{F_1(Z), F_2(Z)\}$, $k = k_1 + k_2$,

$$\delta_{ij}^\cap = \begin{cases} \delta_{ij}^1, & \text{если } i \leq k_1, j \leq k_1; \\ \delta_{i-k_1, j-k_1}^2, & \text{если } i > k_1, j > k_1, i, j = k_1 + 1, \dots, k; \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Об'єднанням структур є структура $G^\cup(F(Z), \Delta^\cup, k)$, яка описує множину $D1 \cup D2$, де $\Delta^\cup = \|\delta_{ij}^\cup\|_{k \times k}$, $F(Z) = \{F1(Z), F2(Z)\}$, $k=k1+k2$,

$$\delta_{ij}^\cup = \begin{cases} \delta_{ij}^1, & \text{если } i \leq k_1, j \leq k_1; \\ \delta_{i-k_1, j-k_1}^2, & \text{если } i > k_1, j > k_1, i, j = k_1 + 1, \dots, k; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Таким чином, структура

$$\begin{aligned} D = & ((G'(F_1(Z), \Delta_1, k_1) \cup G''(F_2(Z), \Delta_2, k_2)) \cap \\ & \cap (G^\pm(F_3(Z), \Delta_3, k_3) \cup G^{**}(F_4(Z), \Delta_4, k_4))) \cup \\ & \cup G^*(F_5(Z), \Delta_5, k_5) \end{aligned} \quad (5.12)$$

описує область допустимих рішень (1.11), де структури G' , G'' , G^* , $G^\pm$, G^{**} задають множини D' , D'' , D^* , $D^\pm$, D^{**} , відповідно. При цьому,

$$G'(F_1(Z), \Delta_1, k_1) = \bigcap_{i=1}^{m'} G'_i(F_{1i}(Z), \Delta_{1i}, k_{1i}) ; \quad (5.13)$$

$$G''(F_2(Z), \Delta_2, k_2) = \bigcap_{i=1}^{m''} G''_i(F_{2i}(Z), \Delta_{2i}, k_{2i}) ; \quad (5.14)$$

$$G^\pm(F_3(Z), \Delta_3, k_3) = \bigcap_{(i,j) \in A_n} G_{ij}^\pm(F_{3ij}(Z), \Delta_{3ij}, k_{3ij}) ; \quad (5.15)$$

$$G^{**}(F_4(Z), \Delta_4, k_4) = \bigcap_{(i,j) \in B_n} G_{ij}^{**}(F_{4ij}(Z), \Delta_{4ij}, k_{4ij}) ; \quad (5.16)$$

$$G^*(F_5(Z), \Delta_5, k_5) = \bigcap_{i=1}^{m^*} G_i^*(F_{5i}(Z), \Delta_{5i}, k_{5i}) ; \quad (5.17)$$

$$m' + m'' + m^* = n, \quad m' + m'' \geq 2.$$

Припустимо Ω_{ij} – площа множини T_{ij} . Тоді при визначенні $\min \sum_{i \neq j=1}^n \Omega_{ij}$ кількість об'єктів, що покривають в загальному випадку буде прагнути до мінімуму.

Це твердження вірне, оскільки в даній постановці $\sum_{i \neq j=1}^n \Omega_{ij}$ – є функція, що залежить прямо пропорційно від кількості m кіл, які покривають область T_0 , $\Omega_0 \leq m\Omega_i$, де $\Omega_i = \pi R^2$ – площа круга T_i , $i=1, \dots, n$, Ω_0 – площа області T_0 .

Формалізацію умов покриття області дозволяє здійснити введення спеціального класу функцій, названих ω – функціями [2], виду

$$\omega(g) = \omega(M_0, M_1, M_2, \dots, M_n, P_0, P_1, P_2, \dots, P_n), \quad (5.18)$$

$$g = ((S_0 \cap (S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_n)), M_0, M_1, M_2, \dots, M_n, P_0, P_1, P_2, \dots, P_n) = \\ = B(g_0, g_1, g_2, \dots, g_n) = g_0 \square g_1 \square g_2 \square \dots \square g_n, \quad (5.19)$$

де $\square$ – знак композиції відображення, $g_0 = (S_0, M_0, P_0)$, $g_i = (S_i, M_i, P_i)$ – геометрична інформація [2] об'єктах T_0, T_i , $i \in I_n$; $S_0, M_0, P_0, S_i, M_i, P_i$, $i \in I_n$ – просторова форма, метричні характеристики і параметри розміщення об'єктів T_0, T_i , $i \in I_n$, відповідно.

3. Математична модель задачі розміщення зрошувачів.

Використовуючи апарат ω -функцій, математичну модель поставленої задачі можна представити як:

$$\min_{Z \in D \subset I_S^{2n}(R)} \theta(Z). \quad (5.20)$$

$$D = ((G'(F_1(Z), \Delta_1, k_1) \cup G''(F_2(Z), \Delta_2, k_2)) \cap \\ \cap (G^\pm(F_3(Z), \Delta_3, k_3) \cup G^{**}(F_4(Z), \Delta_4, k_4))) \cup G^*(F_5(Z), \Delta_5, k_5)),$$

де

$$Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n) = ((\langle X \rangle_1, \langle Y \rangle_1), (\langle X \rangle_2, \langle Y \rangle_2), \dots, (\langle X \rangle_n, \langle Y \rangle_n)) = \\ = ((\langle x_1, v_{x_1} \rangle, \langle y_1, v_{y_1} \rangle), (\langle x_2, v_{x_2} \rangle, \langle y_2, v_{y_2} \rangle), \dots, (\langle x_n, v_{x_n} \rangle, \langle y_n, v_{y_n} \rangle)) \\ Z_n = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \in I_S^{2n}(R),$$

$\theta(Z)$ – сумарне значення ω – функції.

Таким чином, необхідно мінімізувати сумарну площу взаємного перекриття покривають об'єктів T_i , $i \in I_n$, на області D , яка описується структурою (5.12).

У загальному вигляді математичну модель задачі (5.20) в арифметичному евклідовому просторі R^{2n} можна уявити так:

$$\min_{Z \in D \subset R^{2n}} \theta(Z) = \min_{Z \in D \subset R^{2n}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (\omega_{ij}(Z_i, Z_j) + \omega_i^0(Z_0, Z_i)) \quad (5.21)$$

де $\omega_{ij}(Z_i, Z_j)$ – функція, яка визначає площа взаємного перекриття кіл T_i, T_j , $i \neq j, i \in I_n, j \in I_n$;

$\omega_i^0(Z_0, Z_i)$ – функція, яка визначає площа взаємного перекриття кола $T_i, i \in I_n$ і області $cl(R^2 / T_0)$;

$D = D_1 \cup D_2$ – область припустимих рішень.

При вирішенні завдання постає питання про знаходження безлічі точок допустимого розташування центрів наступних об'єктів, що покривають, щодо попередніх, і визначення значень функції мети.

Для визначення безлічі допустимих точок необхідно сформулювати правила їх знаходження.

Правила для розміщення наступних покривають об'єктів повинні враховувати наступні зауваження:

площа покриття області T_0 кожним з об'єктів T_i повинна бути максимальною;

значення ω -функції має бути мінімальним;

область, що залишилася непокрита, повинна бути, по можливості, однозв'язної. У разі область, якщо залишилася, буде многосвязной, підхід до вирішення завдання буде аналогічний, однак кінцеве значення ω -функції може різко зрости, що знизить ефект використання даного методу.

Перш ніж докладно розглянути метод вирішення задачі покриття області довільної просторової форми введемо деякі позначення і представимо в аналітичному вигляді деякі додаткові функції, які беруть участь у формуванні функції мети поставленої задачі.

Припустимо:

$I_k = \{1, 2, \dots, k\}$ – індексна множина,

i, j , - номери кругів, $i, j \in I_n$,

W – значення функції цілі,

P_{il} – l -я точка перетину межі i -го круга з межею непокритої області, тобто.

$$P_{il} \in \text{fr} T_i \cap \text{fr} \left(T_0 \setminus \bigcup_{k=1}^{i-1} T_k \right),$$

K_i^* – множина точок P_{il} перетину межі i -го круга з межею непокритої області

$$L_i^* = \text{card} K_i^*,$$

K_i – множина точок P_{il} з множини K_i^* , що задовольняють обмеженням завдання (1), в подальшому – "опорних" точок,

$$L_i = \text{card} K_i, \quad L_i \leq L_i^*,$$

ω_j^{10} – значення ω -функції T_0 і T_j для 1-ї точки круга T_j ,

ω_{kj}^1 – значення ω -функції T_k і T_j для 1-ї точки круга T_j ,

χ_j^l – значення функції цілі для l -ї точки круга T_j , $\chi_j^l = \sum_{k=1}^{j-1} \omega_{kj}^1 + \omega_k^{10}$,

Z_j – множина, елементи χ_j^l якої ранжовані за зростанням.

Розглянемо випадок визначення площі взаємного перетину кола T_i з областю $\text{cl}(R^2 / T_0)$ по осі OX або OY (рис 1.2).

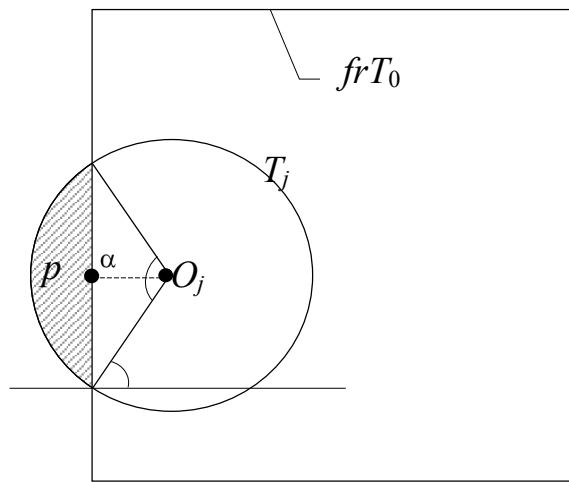


рисунок 5.2. – Перетин круга T_i з областю $\text{cl}(R^2 / T_0)$ по осі OX або OY

У випадку якщо круг T_i перетинається з областю $\text{cl}(R^2 / T_0)$ по осі OX та OY одночасно, (рис. 1.3), то слід використовувати формулу виду:

$$\omega_j^0 = \omega_j^{0\alpha_1} + \omega_j^{0\alpha_2} - \left(\omega_j^{0\varphi} - \frac{1}{2} |(x_b - x_a) \cdot (y_c - y_a)| \right) \quad (5.22)$$

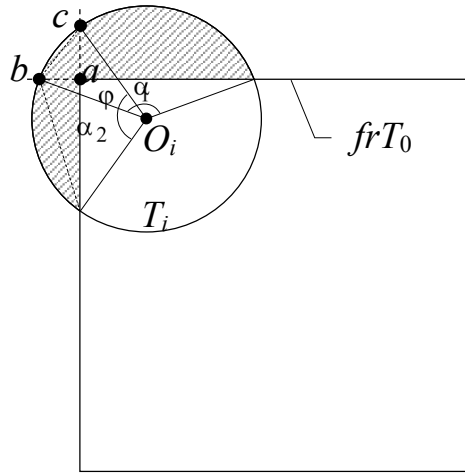


рисунок 5.3. – Перетин круга T_i з областю $cl(R^2 / T_0)$ по осі OX та OY одночасно.

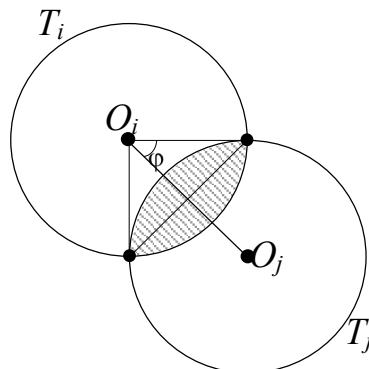
$$\omega_j^0(x_p, y_p, x_j, y_j) = \begin{cases} \frac{R^2}{2} (\alpha - \sin \alpha), & \text{если } 0 < \rho_{ij} < R; \\ 0, & \text{если } \rho_{ij} \geq R. \end{cases} \quad (5.23)$$

$\alpha = \arccos \frac{\rho_{pj}}{R}$, $\rho_{pj} = \sqrt{(x_j - x_p)^2 + (y_j - y_p)^2}$, $i = 1, \dots, m$, ρ_{pj} – відстань між центром круга T_j і межею області T_0 .

Розглянемо випадок визначення площі перетину кіл T_i и T_j (рис. 4).

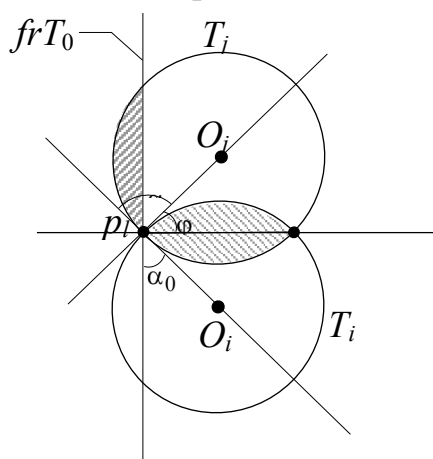
$$\omega_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j) = \begin{cases} R^2 (2\varphi - \sin 2\varphi), & \text{если } 0 \leq \rho_{ij} < 2R; \\ 0, & \text{если } \rho_{ij} \geq 2R. \end{cases} \quad (5.24)$$

где $\rho_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$, $\varphi = \arccos \frac{\rho_{ij}}{2R}$,
 ρ_{ij} – відстань між центрами кіл T_i и T_j .



рисуюнок 5.4 – Перетин кіл T_i и T_j

Припустимо $p_{il} \in \text{fr}T_i \cap \text{fr}T_0$. Для знаходження точки постановки центру наступного кола T_j , такий, що функція мети досягає в цій точці свого мінімуму, необхідно провести пряму, що проходить через точку p_{il} і утворить кут φ з прямою, паралельною осі OX (рис. 5.5).



рисуюнок 5.5 – Правило знаходження місця розташування наступного об'єкта при взаємодії двох кіл

На даній прямій, на відстані R від точки p_{il} буде знаходитися шукана точка O_j .

Функція цілі у даному випадку має вид

$$\begin{aligned}\chi_j^1 &= R^2 \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0 - \frac{\sin 2\varphi}{2} - \cos(\varphi - \alpha_0) \right), \\ \chi_j^{1'} \Big|_{\varphi} &= -R^2 (\cos 2\varphi + \sin(\alpha_0 - \varphi)) = 0, \\ \alpha &= \frac{\pi}{2} - \varphi + \alpha_0, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \alpha_0 \leq \frac{\pi}{2},\end{aligned}\tag{5.25}$$

$$\text{очевидно, що } \varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\alpha_0}{3}.$$

Припустимо $p_{il} \in \text{fr}T_i \cap \text{fr}T_j$. Для знаходження точки постановки центру O_j наступного кола T_j , такий, що функція мети досягає в цій точці свого мінімуму, необхідно провести бісектрису кута φ , утвореного дотичними до кіл $\text{fr}T_i$ і $\text{fr}T_j$ в точці p_{il} .

На даній бісектрисі на відстані R від точки P_{il} буде знаходитися шукана точка O_j .

Розглянемо випадок перетину трьох кіл $T_s, T_k, T_r, s, k, r \in I_m$, $m = m' + m''$, таке, що виконується умова $\text{int } T_k \cap \text{int } T_r \neq \emptyset, \text{int } T_k \cap \text{int } T_s \neq \emptyset$ і знайдеться хоч би по однієї точці P_{il}' і P_{il}'' перетину кіл T_k, T_s и T_k, T_r відповідно, які знаходяться в деякій околиці радіусу $\varepsilon = \frac{R}{2}$.

Наступне коло T_j розміщується таким чином (рис. 5.6), що його центр O_j має координати

$$(x_j, y_j) = \frac{1}{2}(x' + x'', y' + y'') + \frac{2\sqrt{4R^2 - (x' - x'')^2 - (y' - y'')^2} \cdot (y' - y'', x'' - x')}{\sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2}}, \quad (5.26)$$

де x', y' и x'', y'' – координати точок P_{il}' и P_{il}'' відповідно.

Після перебору всіх можливих допустимих точок для всіх $i * j = 1, \dots, m$, і знаходження відповідного мінімального значення функції, буде отримано локальний мінімум завдання з набором параметрів розміщення, які покривають об'єкти.

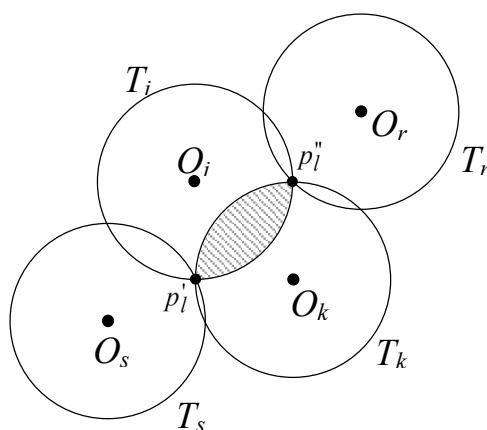


рисунок 5.6 – Правило знаходження місця розташування наступного об'єкта при взаємодії трьох кіл

Висновки. На лекції розглянуто питання щодо нормативних вимог розміщення зрошувачів, моделювання схем. Розроблено математичну модель розміщення елементів

Бойові дії супроводжуються значними техногенними ризиками, які впливають на безпеку населення, екосистем та критичної інфраструктури. Руйнування промислових підприємств, енергетичних об'єктів, водопровідних і каналізаційних систем призводить до масштабного забруднення довкілля, виникнення пожеж, вибухів, хімічних та радіаційних загроз. Це обумовлює необхідність розробки відповідних методів попередження надзвичайних ситуацій техногенного характеру з врахуванням наслідки ведення бойових дій.

Внаслідок бойових дій значно ускладнюють забезпечення техногенної безпеки через: руйнування об'єктів критичної інфраструктури [1, 2]; масштабні забруднення води та ґрунтів небезпечними речовинами [3]; ускладнення організації та проведення аварійно-рятувальних робіт [3]. У таких умовах особливу роль відіграють системи моніторингу та оцінки ризиків, які дозволяють своєчасно визначати загрози, прогнозувати їх наслідки та забезпечувати ефективне управління заходами реагування. Сучасні системи включають: автоматизовані системи збору та аналізу даних, використання мобільних лабораторій для моніторингу забруднень у важкодоступних зонах; застосування безпілотних літальних апаратів для дистанційного збору даних. Серед етапів попередження поширення небезпеки на територіях, що зазнали впливу бойових дій, можна виділити: ідентифікація ризиків і загроз, моніторинг небезпечних факторів, оцінка ризиків та їхньої ймовірності. На етапі ідентифікації ризиків і загроз визначаються джерела небезпеки, такі як забруднення ґрунтів, водних ресурсів, руйнування об'єктів інфраструктури, що створюють потенційні загрози. Для кожного ризику встановлюються пріоритети на основі його масштабу та наслідків

Перелік контрольних питань.

1. Сформулювати сутність методу вирішення задачі покриття області довільної просторової форми.
2. Розкрити правило знаходження місця розташування наступного об'єкта при взаємодії двох кіл
3. Розкрити правило знаходження місця розташування наступного об'єкта при взаємодії трьох кіл.

Модуль 3.**Математичне моделювання систем пожежогасіння****Лекція № 6****Тема лекції****Оптимізація вибору елементів систем водяного пожежогасіння****Питання лекції:**

1. Загальні умови для визначення вибору елементів систем водяного пожежогасіння
2. Оптимізація математичної моделі систем водяного пожежогасіння
3. Оптимізація та моделювання гідравлічних розподільчих мереж методом «джерел і стоків»

1. Загальні умови для визначення вибору елементів систем водяного пожежогасіння

Тип установки водяного пожежогасіння - спринклерна або дренчерна - залежить від швидкості поширення пожежі в приміщенні, що підлягає.

Спринклерная установка призначена для локального гасіння по площі в приміщенні, що підлягає.

Дренчерная установка призначена для гасіння пожежі по всій площі приміщення, що підлягає.

Як правило, якщо швидкість поширення пожежі не перевищує 1,5 м / хв, то вибирають спринклерну установку.

Залежно від температури в приміщенні, що підлягає вибирають або вадозаповнену спринклерну установку ($T_z > 5^\circ \text{C}$), або воздухозаполнену спринклерну установку ($T_z < 5^\circ \text{C}$).

Для дренчерних установок вибираються способи пуску - гідравлічний, пневматичний, тросовий (механічний), електричний.

Мінімальна інтенсивність подачі вогнегасної речовини є довідковою величиною і залежить від групи приміщення, вогнегасної речовини (вода, вода зі змочувачем, розчин піноутворювача, висоти приміщення, що підлягає, висоти складування матеріалів).

Площа, що захищається одним зрошувачем, площа для розрахунку витрати води, розчину піноутворювача для спринклерних установок, відстань між зрошувачами, час роботи АУППТ також визначаються за довідковими даними в залежності від групи приміщення і його висоти.

2. Оптимізація математичної моделі систем водяного пожежогасіння

Для проведения гидравлического расчета необходимо выполнить:

- 1). Розмістити зрошувачі на плані приміщення.

- 2). Виконати трасування трубопроводів.
- 3). Визначити "диктує" зрошувач.

«Диктуючий» зрошувач (ДО) - це зрошувач, який знаходиться в «найгірших умовах» з точки зору забезпечення допустимих значень напору і інтенсивності подачі вогнегасної речовини.

Для тупикових розрахункових схем ДО - це зрошувач найбільш віддалений від точки введення.

Для кільцевих розрахункових схем, в яких гілки розподільчої мережі однакові, «диктує» є зрошувач, як правило, так само віддалений від точки вводу живильного трубопроводу.

Якщо гілки, які приєднані до кільцевого трубопроводу розподільної мережі (рис. 1) мають різну топологію, то вибір ДО, а відповідно і «диктує» гілки, не можна визначити по геометричним параметрам розподільчої мережі в явному вигляді.

Пропонується метод аналітичного визначення вибору ДО.

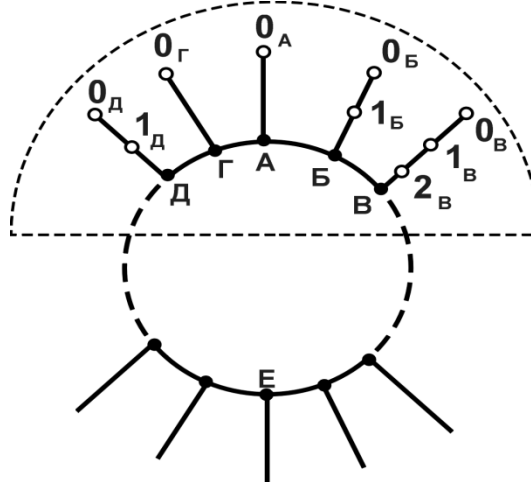


Рисунок 1 – Приклад кільцевої розподільної мережі

У задачі розглядається розподільна мережа (рис.1). Для визначення ДО необхідно виділити розрахункову площу пожежогасіння відповідно до групи приміщення (рекомендації [3]).

Для кожної групи приміщень існують норми інтенсивності подачі вогнегасної речовини, а для фіксованих діаметрів зрошувачів задається діапазон напору H від мінімального до максимального значення. Тому, на ДО необхідне виконання обох умов:

- перше

$$H_{DO} = \left(\frac{Q_{\min}}{k} \right)^2, \text{ где } H_{\min} \leq H_{DO} \leq H_{\max}; \quad (1)$$

- друге

$$Q_{до} = k\sqrt{H_{\min}}, \text{ где } Q_{до} \geq Q_{\min}, \quad (2)$$

k - коефіцієнт витрати зрошувача.

В межах одного приміщення, що підлягає необхідно встановлювати зрошувачі одного типорозміру (вимога [3]).

Для розглянутого схемного рішення (рис.1) з відомими геометричними розмірами одно віддаленим від точки введення Е є зрошувач з індексом 0А. Залежно від обраного умови визначаються параметри в точці приєднання гілки в точці А. При цьому, натиск НА в околиці точки А праворуч і ліворуч буде однаковий, а витрата може варіюватися справа і зліва таким чином, що

$$Q_A = Q_{A-B} + Q_{A-\Gamma} = L \cdot Q_A + (1-L) \cdot Q_A, \quad (3)$$

де L – коефіцієнт розподілу потоку рідини, який змінюється в діапазоні від 0 до 1.

Напір в точці Б визначається як:

$$H_B = H_A + \frac{l_{A-B} \cdot (L \cdot Q_{A-B})^2}{k_{1_{A-B}}}. \quad (4)$$

Так як необхідно визначити мінімальні значення параметрів на зрошувачі 0Б, то це досягається за умови $L = 0$. Тоді, виходячи з (4.4), отримуємо

$$H_B = H_A. \quad (5)$$

Скориставшись методикою визначення параметрів гілки, викладеної в [7], Q_{0_B} визначається як

$$Q_{0_B} = \sqrt{\frac{H_B}{M_{1_B}^2 + \frac{k^2}{k_{1_{1_B-B}}} \cdot l_{1_B-B} \cdot (1 + M_{1_B})^2}}. \quad (6)$$

Якщо виконується умова

$$H_{\min} \leq H_{0_B} \leq H_{\max} \text{ и } Q_{0_B} \geq Q_{0_A}, \quad (7)$$

то зрошувач з індексом 0А є «диктує» по відношенню до зрошувачу з індексом 0Б і аналогічний розрахунок проводиться для гілки Г. При цьому, мінімальне значення на зрошувачі з індексом 0Г досягається при значенні коефіцієнта розподілу потоку рідини $L = 1$.

Якщо умови (7) не виконуються, то зрошувач з індексом 0Б буде «диктує» по відношенню зрошувача з індексом 0А і тоді необхідно провести аналогічні розрахунки з права від точки Б.

Розрахунок вважається закінченим, коли умова (7) виконується з обох сторін перевіряється зрошувача.

З вищевикладеного матеріалу можна сформулювати визначення: «диктує» називається такий зрошувач розподільної мережі установок водяного пожежогасіння для якого значення напору і витрати будуть найменшими у всій мережі і для якого будуть виконуватися умови обмеження (1, 2).

4. Визначення діаметрів трубопроводів.

При проведенні проектувального розрахунку використовують формулу

$$d_{(n-1)-n} = \sqrt{\frac{4 \cdot q_{(n-1)-n} \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot v}} \quad (\text{м}) \quad (8)$$

де $q_{(n-1)-n}$ – витрата на ділянці $(n-1)-n$;

v - швидкість руху рідини в трубопроводі, яка не повинна перевищувати 10 м / с.

Витрата на будь-якій ділянці можна поставити в наступному вигляді

$$q_{(n-1) \div n} = \sum_{i=0}^{n-1} Q_i \quad (9)$$

Тому, можна визначити максимально допустимий витрата в трубопроводі

№ п/п	діаметр трубопровода, мм	максимальний расход, л/с
1	20	3,14
2	25	4,9
3	32	8,04
4	40	12,56
5	50	19,625

Таким чином, виходячи з числа зрошувачів, розташованих на одній гілці, і витрати з одного зрошувача можна орієнтовно вибрати діаметр гілки. Знаючи діаметр зрошувача і геометричні параметри гілки (діаметр трубопроводу і відстані між зрошувачами) визначаємо коефіцієнти M_n ділянок трубопроводів.

Коефіцієнт M_n залежить тільки від геометричних параметрів розподільчої мережі і визначається за такою формулою:

$$M_n = \sqrt{M_{n-1}^2 + \left(\sum_{i=0}^{n-1} M_i\right)^2 \cdot \frac{k^2}{k_{1(n-1) \div n}} \cdot l_{(n-1) \div n}} \quad (10)$$

де $M_0 = 1$;

$k_{1_{(n-1) \div n}}$ – питомий коефіцієнт втрат напору на ділянці $(n-1) \div n$ (визначається по таблиці Б.7 додатка Б [3] для заданого діаметра трубопроводу);

k – коефіцієнт витрати зрошувача;

$l_{(n-1) \div n}$ – довжина участка $(n-1) \div n$.

З огляду на вимоги пункту 1.2.8 [3], що в межах одного приміщення, що підлягає необхідно встановлювати зрошувачі з випускним отвором однакового діаметра, коефіцієнт витрати зрошувача в розрахунках залишається постійним. Крім того, діаметри гілки трубопроводів, на яких встановлюються зрошувачі, як правило, виконані однакового діаметра.

Таким чином, коефіцієнт M_n залежить тільки від лінійних розмірів гілки.

Приклад розрахунку не симетричної тупикової схеми.

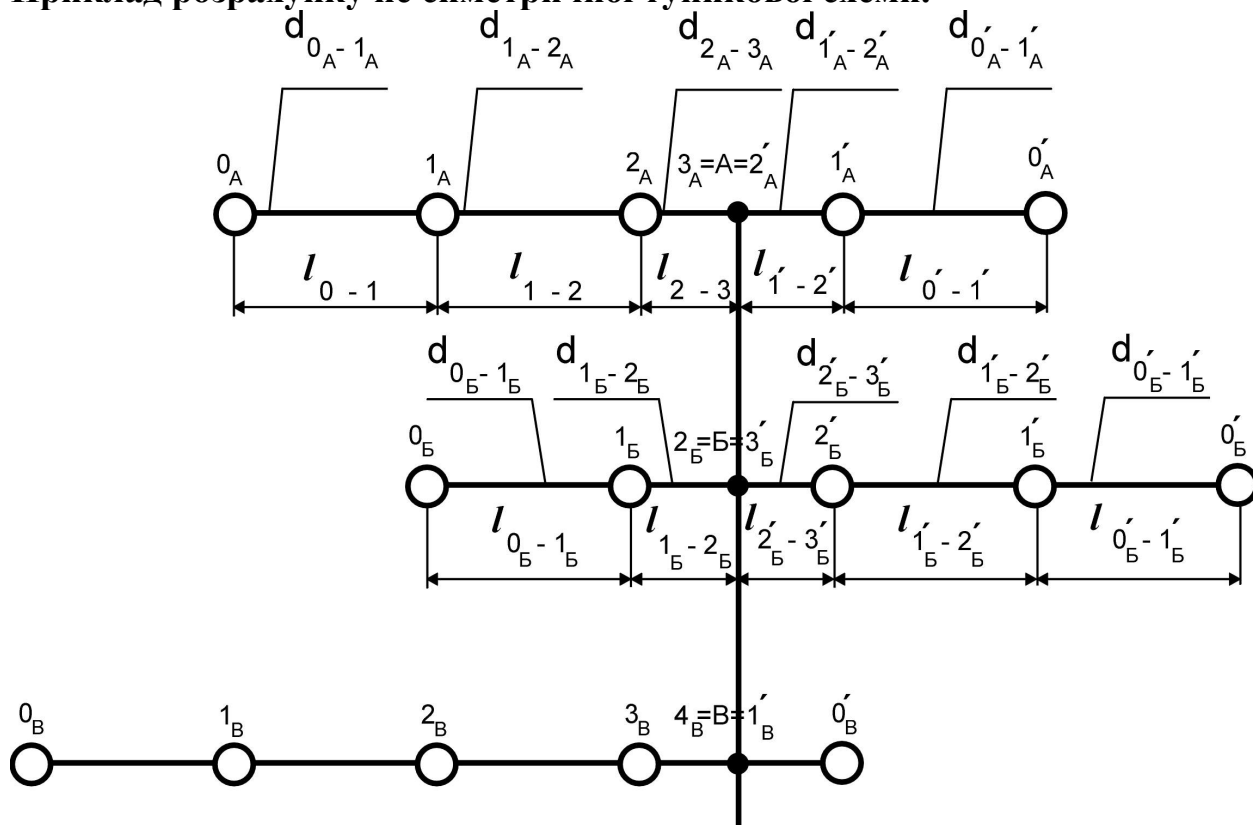


Рисунок 2 – Приклад не симетричної тупикової схеми.

Для простоти використання формул пронумеруємо зрошувачі окремо лівої і правої частини гілки. При цьому будемо враховувати точку А, в якій гілка розділяється на праву і ліву частину, з лівого боку точка А буде під номером 3, а з правого боку під номером 2'.

У загальному вигляді зв'язок між витратою з будь-якого оросителя гілки і «диктує» зрошувачем можна задати наступним чином

$$Q_n = M_n Q_0, \quad (11)$$

де Q_0 – витрата на «диктуєчому» зрошувачі.

Напір на будь-якому зрошувачі гілки має залежність з напором на «диктуєчому» зрошувачі

$$H_n = M_n^2 H_0 \quad (12)$$

где H_0 – напір на «диктуєчому» зрошувачі

$$Q_0 = k \sqrt{H_0}$$

Визначається витрата на ділянці 0-1 визначається за (11).

$$q_{0 \div 1} = \sum_0 Q_{0-1} = Q_0 \quad (13)$$

Визначається швидкість руху рідини для обраного діаметра трубопроводу за формулою

$$v_{(n-1) \div n} = \frac{4 \cdot q_{(n-1) \div n} \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot d_{(n-1) \div n}^2} \quad (\text{м/с}) \quad (14)$$

Швидкість руху рідини в трубопроводах не повинна перевищувати 10 м / с. Якщо швидкість перевищує це значення, то необхідно змінити діаметр трубопроводу в сторону збільшення.

Напір в точці 1 визначається по (12), а витрата - по (11)

$$\begin{aligned} H_1 &= M_1^2 H_0 \\ Q_1 &= M_1 Q_0 \\ M_1 &= \sqrt{1 + \frac{l_{0-1} \cdot k^2}{k_{10-1}}} \end{aligned}$$

де

Витрата на ділянці 1-2 визначається за (13).

$$q_{1 \div 2} = \sum_1^2 Q_{1-2} = Q_0 + Q_1 = Q_0 \cdot (1 + M_1)$$

Проводимо поетапний розрахунок до точки А за наступним алгоритмом:

$$v1-2 \rightarrow M2 \rightarrow H2 \rightarrow Q2 \rightarrow q2-3 \rightarrow v2-3 \rightarrow M3(A) \rightarrow H3(A)$$

$$H_{3(A)} = M_3 H_0$$

Так як гілки зліва і права не симетричні, то напори і витрати в правій частині необхідно визначити. Відповідно до законів гідравліки напори в точці А зліва і права будуть рівні.

$$H_A = H_{3(A)} = H_{2'(A)}$$

Для визначення параметрів правій гілки можна записати рівняння, аналогічні рівнянням лівій гілці.

$$Q_{0'} = k \sqrt{H_{0'}}$$

$$q_{0' \div 1'} = \sum_0^1 Q_{0'-1'} = Q_{0'}$$

$$H_{1'} = M_{1'}^2 H_{0'}$$

$$Q_{1'} = M_{1'} Q_{0'}$$

$$M_{1'} = \sqrt{1 + \frac{l_{0'-1'} \cdot k^2}{k_{1_{0'-1'}}}}$$

Як бачимо з аналізу формули для $M_{1'}$, якщо використовується труба однакового діаметра і відстані між зрошувачами однаково в лівій і правій частині то справедливо рівність

$$M_1 = M_{1'}$$

$$q_{1' \div 2'} = \sum_{1'}^{2'} Q_{1'-2'} = Q_{0'} + Q_{1'} = Q_{0'} \cdot (1 + M_{1'})$$

$$H_{2'(A)} = M_{2'} H_{0'}$$

$$M_{2'} = \sqrt{M_{1'}^2 + (1 + M_1)^2 \frac{l_{1'-2'} \cdot k^2}{k_{1_{1'-2'}}}}$$

де

Оскільки справедливо рівняння

$$H_{3(A)} = H_{2'(A)}$$

то можна записати:

$$M_3^2 \cdot H_0 = M_{2'}^2 \cdot H_{0'}$$

і отримати аналітичну залежність напору в точці 0'.

$$H_{0'} = H_0 \cdot \frac{M_3^2}{M_{2'}^2}$$

Отримана залежність дозволяє однозначно встановити значення витрат і напорів між "диктує" зрошувачем і витратами і напорами всіх інших зрошувачів.

Знаючи тиск і сумарний витрата рідини в точці А визначаємо натиск в точці В.

$$H_B = H_A + \frac{l_{A-B} \cdot q_{A-B}^2}{k_{1A-B}}$$

Визначивши коефіцієнт M_n для другої гілки визначаємо витрати і напір з зрошувачів другої гілки.

На ділянці Б-В підсумовуються витрати з гілки А і гілки Б. Визначається натиск в точці В.

Розрахунки проводяться для кількості гілок, які виявляться на розрахунковій площі.

3. Оптимізація та моделювання гідравлічних розподільчих мереж методом «джерел і стоків»

Для виконання точних гідравлічних розрахунків мережі довільної конфігурації необхідно розташовувати її формалізованої математичної моделлю. Така модель може бути отримана на основі методу «джерел і стоків» [8,9]. У гідродинаміці цей метод використовується для дослідження перебігу потенційного потоку ідеальної нестисливої рідини шляхом заміни його системою дискретно або безперервно розподілених джерел і стоків, сумарна інтенсивність яких дорівнює нулю. Метод заснований на тому, що потенціал швидкості задовольняє лінійному рівнянню Лапласа і, отже, справедливий принцип суперпозиції рішень, тобто векторного додавання двох або більшого числа течій.

Кожну характерну точку мережі (зрошувач, розгалуження, поворот) будемо розглядати як «джерело» витрат рідини X, Y, Z, F, Q, рис. 5.1.

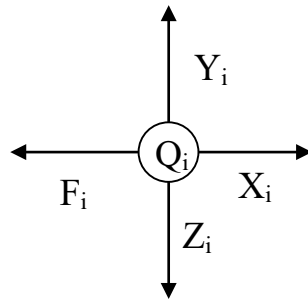


Рисунок 3 – Система координат

- X_i - витрата рідини, що впливає з точки вправо;
- Y_i - витрата рідини, що впливає з точки вгору;
- Z_i - витрата рідини, що впливає з точки вниз;
- F_i - витрата рідини, що впливає з точки вліво;
- Q_i - витрата рідини, що впливає з точки через зрошувач.

Приймемо в розрахунках витрати X , Y , Z , F , Q , в якості незалежних змінних. При цьому незалежну змінну будемо вважати позитивною, якщо потік спрямований від точки «витік», і негативною, якщо потік спрямований до точки «стік». Якщо потік спрямований від точки, і таку точку по відношенню до сусідньої точки будемо називати розташованої вгорі по потоку.

Як видно з рис. 3, кожен характерну точку мережі, можна представити у вигляді джерела (або стоку) з п'ятьма незалежними змінними. Таким чином, будь-яку мережу можна представити у вигляді n характерних точок, пов'язаних між собою рівняннями нерозривності, енергії, умовами непротекання суцільних стінок і початковими умовами.

3.1 . Математична модель рядка кільцевої розподільної мережі з заданими крайовими умовами.

Розглянемо рядок кільцевої мережі, з розташованими на ньому n зрошувачами (рис. 4), з точками введення «А» і «Б».

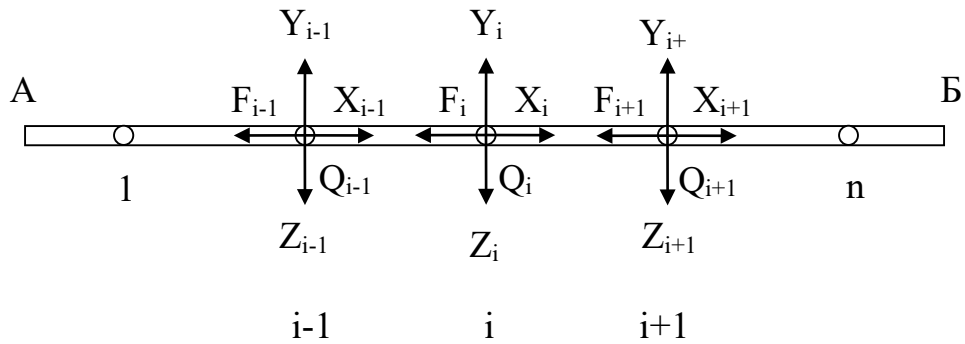


Рисунок 4 – Розрахункова схема рядка

Будемо вважати, що напір в цих точках, внаслідок перерозподілу потоків рідини в кільцевому живильному трубопроводі, різний і дорівнює значенням НА і НБ відповідно. Все точки связаны между собой уравнениями неразрывности и энергии. Поскольку для каждой точки вводится пять независимых переменных, то для n точек необходимо составить $5n$ уравнений связи.

Для заданої геометрії розподільної мережі, маємо:

Напір H_i на i -тому зрошувачі, [Па]:

$$H_i = \frac{Q_i^2}{K^2}, \quad (15)$$

де: K - коефіцієнт продуктивності зрошувача [1].

Втрати напору $\Delta H_{i-(i+1)}$ в трубах між зрошувачами, [Па]:

$$\Delta H_{i-(i+1)} = \frac{L_{i-(i+1)}}{K_1} \cdot X_i^2, \quad (16)$$

де: $L_{i-(i+1)}$ – довжина трубопроводу на ділянці: $i-(i+1)$, [м];

K_1 – коефіцієнт лінійних втрат напору в трубопроводі [1].

Складемо рівняння зв'язку:

1) Рівняння нерозривності:

- баланс витрат в джерелах:

$$X_i + Y_i + Z_i + F_i + Q_i = 0; \quad (17)$$

- баланс витрат на ділянках між джерелами:

$$X_{i-1} + F_i = 0 \quad (18)$$

$$F_i + X_{i+1} = 0$$

2) Умови непротекання суцільних стінок:

$$Y_i = 0 \quad (19)$$

$$Z_i = 0$$

2) Рівняння енергії (попарного балансу тисків):

$$H_i = H_{i+1} - \Delta H_{i-(i+1)}, \quad (20)$$

де: H_i - тиск в i -тій точці;

$\Delta H_{i-(i+1)}$ - лінійні втрати тиску в трубопроводі на ділянці i - ($i+1$).

Підставивши (15) в (20),

$$\frac{Q_i^2}{K} = \frac{Q_{i+1}^2}{K} - \text{sign}(X_{i+1}) \cdot \frac{L}{K_1} \cdot X_{i+1}^2.$$

Функція $\text{sign}(X_{i+1})$ - враховує розташування точок щодо напрямлення потоку рідини.

Замикаючими рівняннями будуть вимоги рівності тиску в крайніх точках заданого значення:

$$\frac{Q_1^2}{K} - \text{sign}(X_1) \cdot \frac{L}{K_1} \cdot X_1^2 = H_A; \quad (21)$$

$$\frac{Q_n^2}{K} - \text{sign}(Y_n) \cdot \frac{L}{K_1} \cdot Y_n^2 = H_A. \quad (22)$$

Таким чином, для розглянутих $5n$ незалежних змінних, розглянутої розрахункової схеми, отримали $5n$ рівнянь зв'язку (рівняння 17 ÷ 22), які можуть бути вирішені одним з відомих чисельних методів, наприклад методом Ньютона.

На рис. 5 показані результати розрахунків, виконані для рядка кільцевої мережі з діаметром труби 50мм, п'ятьма зрошувачами, з діаметром вихідного отвору 15мм, і відстанню між зрошувачами 3м,

для різних граничних тисків.

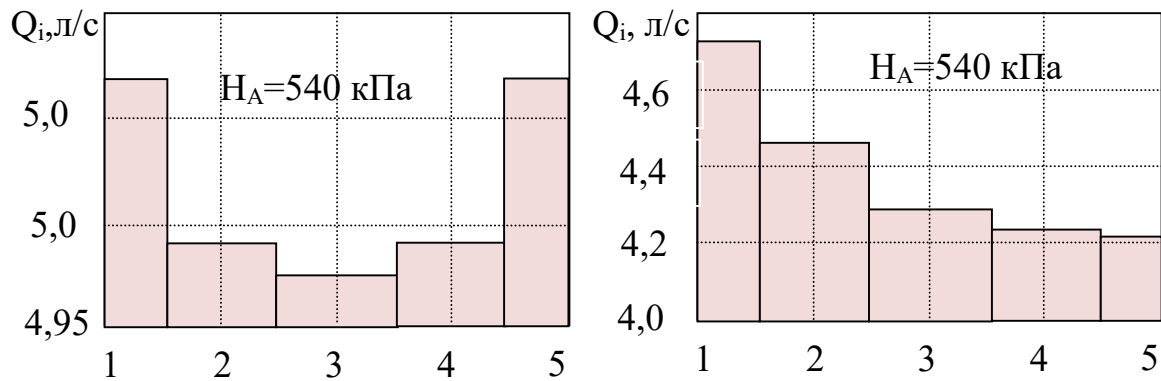


Рисунок 5 – Розрахунок кільцевих рядків

Якщо замість рівняння 22, накласти умова «непротекання» труби вправо по схемі:

$$X_n = 0,$$

то отримаємо модель тупикового рядка. Результати розрахунку тупикового рядка і прийнятих раніше параметрів представлені на рис. 6.

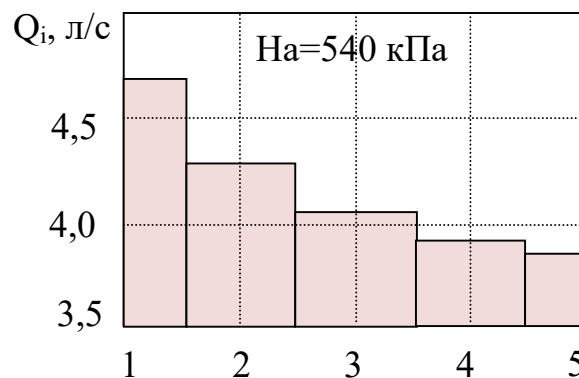


Рисунок 6. – Розрахунок тупикового рядку

3.2 Узагальнена математична модель ділянки кільцевої розподільної мережі

Як приклад розглянемо кільцеву мережу, схема якої показана на рис. 7

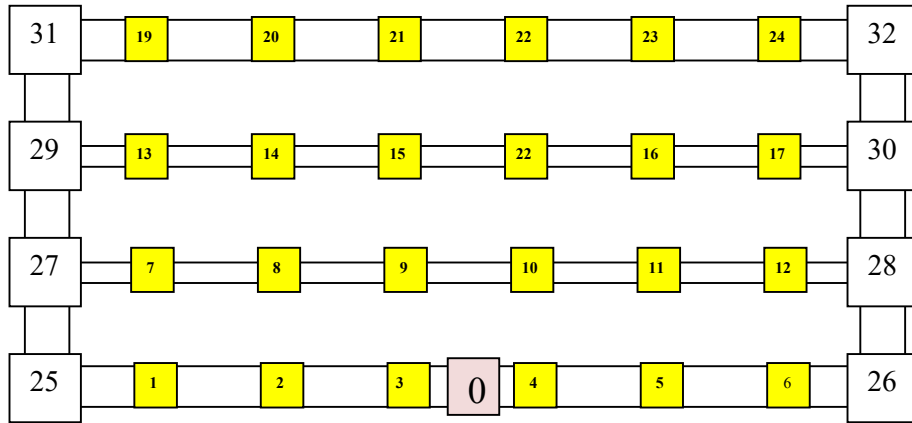


Рисунок 7 – озрахункова схема кільцевої мережі

На схемі під номером «0» показана точка введення, під номерами 1-24 показані зрошувачі, під номерами 25-32 кутові точки та точки розгалуження.

Рівняння зв'язку для позначених точок мають вигляд:

1. Рівняння нерозривності:

рівняння балансу витрат в точках:

$$X_i + Y_i + Z_i + F_i + Q_i = 0, \quad i = 0..32 \quad (23)$$

рівняння попарного балансу витрат між точками:

$$X_i + F_i = 0, \quad i = 0..24;$$

$$X_{25} + F_1 = 0, \quad X_6 + F_{26} = 0;$$

$$X_{27} + F_7 = 0, \quad X_{12} + F_{28} = 0; \quad (24)$$

$$X_{29} + F_{13} = 0, \quad X_{18} + F_{30} = 0$$

$$X_{31} + F_{19} = 0, \quad X_{24} + F_{32} = 0.$$

1. Рівняння енергії:

- рівняння енергії для суміжних точок:

$$\dot{I}_i - (\dot{I}_{i+1} - \Delta \dot{I}_{i-(i+1)}) = 0, \quad i = 0..24; \quad (25)$$

- рівняння енергії для суміжних рядків:

$$\dot{I}_1 - (\dot{I}_7 - \Delta \dot{I}_{1-25} - \Delta \dot{I}_{25-27} - \Delta \dot{I}_{27-7}) = 0; \quad (26)$$

$$\dot{I}_6 - (\dot{I}_{12} - \Delta \dot{I}_{6-26} - \Delta \dot{I}_{26-28} - \Delta \dot{I}_{28-12}) = 0;$$

$$I_7 - (I_{13} - \Delta I_{7-27} - \Delta I_{27-29} - \Delta I_{29-13}) = 0;$$

$$I_{12} - (I_{18} - \Delta I_{12-28} - \Delta I_{28-30} - \Delta I_{30-18}) = 0;$$

$$I_{13} - (I_{19} - \Delta I_{13-29} - \Delta I_{29-31} - \Delta I_{31-19}) = 0;$$

$$I_{18} - (I_{24} - \Delta I_{18-30} - \Delta I_{30-32} - \Delta I_{32-24}) = 0,$$

де: H_i - тиск в i -тій точці;

ΔH_{i-j} - лінійні втрати тиску в трубопроводі на ділянці $i-j$

Значення H_i і ΔH_{i-j} ($i+1$) визначаються відповідно до вимог нормативних документів за відомими значеннями незалежних змінних [3].

1. Умови непротекання:

$$\begin{aligned} Z_i &= 0, \quad Y_i = 0, \quad i = 0..24; \\ Q_{25} &= 0, \quad Q_{26} = 0, \quad Q_{31} = 0, \quad Q_{32} = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

2. Начальні умови:

$$Q_i = Q_{içää} \cdot \quad (28)$$

На рис. 5.6 показані результати розрахунків тестового завдання, виконані для симетричною кільцевої мережі. У розрахунках були прийняті наступні дані:

- діаметр труби кільцевого трубопроводу 100мм;
- діаметр трубопроводу рядка 50мм;
- діаметр вихідного отвору зрошувача 15мм,
- відстань між зрошувачами 3м.

На рис.5.7 показані результати розрахунків тестового завдання, виконані для несиметричною кільцевої мережі з тими - ж вихідними даними, але з введенням, розташованим між точками 1-2.

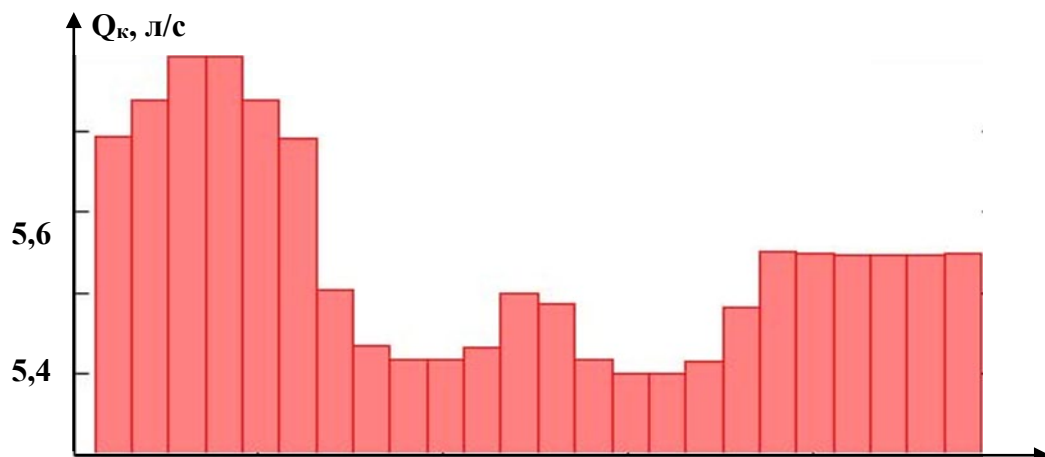
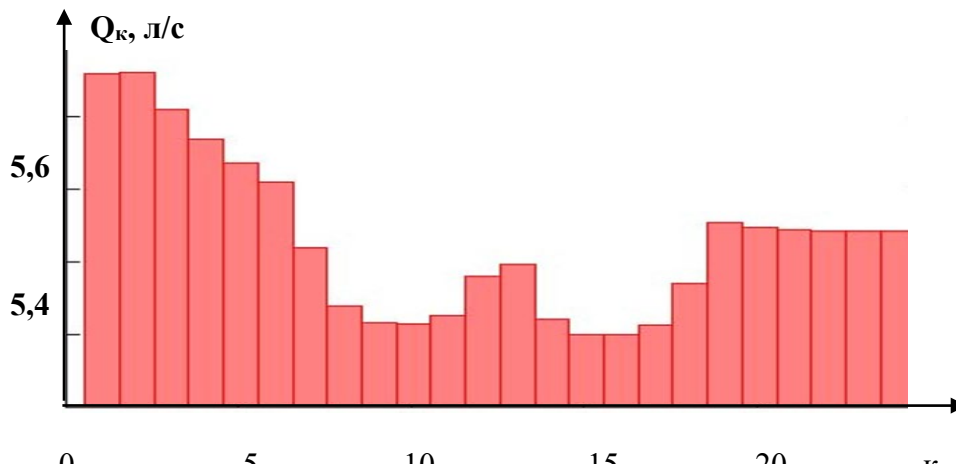


Рисунок 8 – Симетрична течія**Рисунок 9 – Несиметрична течія**

Висновки. На лекції отримано формалізована математична модель тупікової та кільцевої розподільної мережі, що дозволяє виконувати гідравлічний розрахунок при заданих геометричних параметрах і несиметричному перебігу в живильному трубопроводі.

Перелік контрольних питань.

14. Загальні умови для визначення вибору елементів систем водяного пожежогасіння .
15. Дати визначення «диктуючий зрошувач» та математична модель визначення його параметрів.
16. Коефіцієнт M_n , його значення для моделювання розподільчої мережі.
17. Математична модель рядка кільцевої розподільної мережі з заданими крайовими умовами.
18. Узагальнена математична модель ділянки кільцевої розподільної мережі.

Правила поведінки в умовах надзвичайної ситуації воєнного характеру

Необхідно:

- зберігати особистий спокій, не реагувати на провокації;
- не сповіщати про свої майбутні дії (плани) малознайомих людей, а також знайомих з ненадійною репутацією;
- завжди мати при собі документ (паспорт), що засвідчує особу, відомості про групу крові свою та близьких родичів, можливі проблеми зі здоров'ям (алергію на медичні препарати тощо);

- знати місце розташування захисних споруд цивільної оборони поблизу місця проживання, роботи, у місцях частого відвідування (магазини, базар, дорога до роботи, медичні заклади тощо). Без необхідності намагатися якнайменше знаходитись поза місцем проживання, роботи та у малознайомих місцях;
- при виході із приміщень, пересуванні сходами багатоповерхівок або до споруди цивільної оборони (сховища) дотримуватись правила правої руки (як при русі автомобільного транспорту) з метою уникнення тисняви. Пропускати вперед та надавати допомогу жінкам, дітям, літнім людям та інвалідам, що значно скоротить терміни зайняття укриття;
 - уникати місць скупчення людей;
 - не вступати у суперечки з незнайомими людьми, уникати можливих провокацій;
 - у разі отримання будь-якої інформації від органів державної влади про можливу небезпеку або заходи щодо підвищення безпеки передати її іншим людям (за місцем проживання, роботи тощо);
 - при появі озброєних людей, військової техніки, заворушень негайно покинути цей район;
 - посилити увагу і за можливості також залишити цей район у разі появи засобів масової інформації сторони-агресора;
 - про людей, які не орієнтуються на місцевості, розмовляють з акцентом, мають нехарактерну зовнішність, здійснюють протиправні і провокативні дії, здійснюють незрозумілу роботу, тощо, – негайно поінформувати органи правопорядку, місцеву владу, військових;
 - у разі потрапляння у район обстрілу – сховатись у найближчу захисну споруду цивільної оборони, сховище (укриття). У разі відсутності пристосованих сховищ, для укриття використовувати нерівності рельєфу (канави, окопи, заглиблення від вибухів тощо). У разі раптового обстрілу та відсутності поблизу споруд цивільного захисту, сховища і укриття – ляжте на землю головою в бік, протилежний вибухам. Голову слід прикрити руками (за наявності для прикриття голови використовувати валізу або інші речі). Не виходьте з укриття до кінця обстрілу;
 - надавати першу допомогу іншим людям у разі їх поранення. Визвати швидку допомогу, представників ДСНС України, органів правопорядку, за необхідності – військових;
 - у разі, якщо ви стали свідком поранення або смерті людей, протиправних до них дій (арешт, викрадення, побиття тощо), слід постаратися з'ясувати та зберегти якнайбільше інформації про них та обставини події для надання

допомоги, пошуку, встановлення особи тощо. Необхідно пам'ятати, що ви самі або близькі вам люди, також можуть опинитись у скрутному становищі і будуть потребувати допомоги.

Не рекомендується:

- підходити до вікон, якщо почуєте постріли;
- спостерігати за ходом бойових дій;
- стояти чи перебігати під обстрілом;
- конфліктувати з озброєними людьми;
- носити армійську форму або камуфльований одяг;
- демонструвати зброю або предмети, схожі на неї;
- підбирати покинуті зброю та боєприпаси.

При виявленні вибухонебезпечних предметів забороняється:

- перекладати, перекичувати з одного місця на інше;
- збирати і зберігати, нагрівати і ударяти;
- намагатися розряджати і розбирати;
- виготовляти різні предмети;
- використовувати заряди для розведення вогню і освітлення;
- приносити в приміщення, закопувати в землю, кидати в колодязь чи річку.

Виявивши вибухонебезпечні предмети, вживайте заходів з їх означення, огороження і охорони знайдених предметів на місці виявлення. негайно повідомте про це територіальні органи ДСНС та МВС за телефоном "101" та "102".

Завдання на самопідготовку:

Конспект лекцій.

Модуль 3.

Математичне моделювання систем пожежогасіння

Лекція № 7

Тема лекції

Моделювання систем газового пожежогасіння

Питання лекції:

1. Загальні питання про газові вогнегасні речовини
2. Моделювання газових АСПГ
3. Особливості моделювання АСПГ з використанням двоокису вуглецю

1. Загальні питання про газові вогнегасні речовини

Інертні розріджувачі гасять вогонь переважно зниженням вмісту кисню в атмосфері до такого значення, коли він не зможе підтримувати горіння.

Нормативна вогнегасна концентрація азоту змінюється в межах від **27,8 %** до **36 %** для різних речовин;

діоксиду вуглецю змінюється в межах від **34 %** до **75 %**; **аргону** в межах від **36,1 %** до **46,8 %**.

НСFC 125 являє собою безбарвний газ, що майже не має запаху та не проводить електричний струм, густина якого приблизно в чотири рази більша за густину повітря.

Мінімальна нормативна концентрація для об'ємного гасіння 8-10%

НFC 227ea являє собою безбарвний газ, що майже не має запаху та не проводить електричний струм, густина якого приблизно в шість разів вища за густину повітря.

Мінімальна нормативна концентрація для об'ємного гасіння 6,6 – 8,6%

Газові ВГР не повинні використовуватися для гасіння пожеж під час яких горять такі речовини:

- a) хімічні речовини, що містять власне джерело кисню;
- b) суміші, що містять матеріали-окислювачі;
- c) хімічні речовини, здатні до реакції ізотермічного розкладання;
- d) хімічно активні метали, хімічно активні гідриди або амідні металів;
- e) приміщення з наявністю поверхонь, розігрітих до температур, які перевищують температуру розкладання ВГР, які нагріваються під дією інших джерел, ніж вогонь.

2. Моделювання газових АСПГ

Вихідні дані для моделювання :

- розмір приміщення;
- матеріал, який має бути захищений;
- конкретні пожежонебезпечні об'єкти;
- прорізи, які не можуть бути закриті;
- вентиляційні системи, які не можуть бути вимкнені.

Етапи моделювання систем газового пожежогасіння:

1. Вибір виду вогнегасної речовини (ВГР).
2. Розрахунок кількості ВГР АСПГ.
3. Вибір та розташування випускних насадків.
4. Трасировка газових магістралей установки.
5. Гідравлічний розрахунок розподільчої мережі. Визначаються діаметри розподільчої та живлячої мережі.
6. Вибір судів для зберігання ВГР.

Відповідно до вимог **ДБН В.2.5-56:2014** Інженерне обладнання будинків і споруд. СИСТЕМИ ПРОТИПОЖЕЖНОГО ЗАХИСТУ системи пожежогасіння діоксидом вуглецю повинні забезпечувати:

- спрацювання протягом часу, який має бути меншим за час початкової стадії розвитку пожежі;

- розрахункову інтенсивність подачі та/або необхідну концентрацію вогнегасної речовини;
- локалізацію пожежі протягом часу, необхідного для введення в дію оперативних сил і засобів, або її ліквідацію.

Системи пожежогасіння діоксидом вуглецю повинні виконувати одночасно і функції системи пожежної сигналізації. Будинки та приміщення, що захищаються системи, для яких сигнал запуску не формується СПС, повинні обладнуватися СПС для увімкнення СПДЗ і СО.

Системи пожежогасіння діоксидом вуглецю об'ємним способом повинні забезпечувати формування керуючого імпульсу:

- а) на автоматичне відключення вентиляції та перекривання, за необхідності, прорізів у суміжні приміщення до початку подавання вогнегасної речовини у приміщення, яке захищається;
- б) на зачинення дверей, що за умов експлуатування повинні бути постійно відчиненими;
- в) на затримку подавання вогнегасної речовини в об'єм, який захищається, протягом часу, необхідного для евакуювання людей згідно з ГОСТ 12.1.004, але не менше 30 с на видачу попереджувальних сигналів про спрацювання системи.

При спрацюванні АСПГ об'ємним способом до подавання СО₂ у приміщення, яке захищається, повинен бути виданий сигнал у вигляді напису на світловому табло "ГАЗ! "ВИХОДЬ" та звуковий сигнал оповіщення. Біля входу до приміщення у цьому випадку повинен бути виданий світловий сигнал "ГАЗ! –"НЕ ЗАХОДИТИ!", а у приміщенні чергового персоналу – відповідний сигнал щодо подавання вогнегасної речовини.

Двері приміщень, які обладнуються об'ємними АСПГ, повинні бути

обладнані пристроями самозачинення. Час повного закриття клапанів системи примусової вентиляції (якщо така є у цьому приміщенні) не повинен перевищувати 30 с.

Приміщення станції пожежогасіння повинні бути:

а) обладнані припливно-витяжною вентиляцією з нижнім забором повітря, що забезпечує стан повітряного середовища, вміст шкідливих речовин в якому не перевищує для них граничнодопустимих концентрацій;

б) оснащені принциповою схемою системи із зазначенням напрямків подачі вогнегасної речовини, найменувань (номерів) приміщень, куди веде кожен напрямок, а також з описом принципу дії системи;

в) відокремлені від інших приміщень протипожежними перегородками 1-го типу і перекриттями 3-го типу;

г) обладнані аварійним освітленням безпеки, телефонним зв'язком.

Приміщення станції пожежогасіння забороняється розташовувати безпосередньо над і під приміщеннями категорій А, Б, В, за винятком приміщень категорії В, обладнаних автоматичними системами пожежогасіння.

Вихід із приміщення станції належить передбачати назовні, у вестибюль або коридор за умови, що відстань від виходу із станції до сходової клітки, яка має вихід безпосередньо назовні, не перевищує 25 м, а в коридор немає виходу приміщень категорії А, Б, В, за винятком приміщень категорії В, обладнаних автоматичними системами пожежогасіння.

Двері у приміщення станції пожежогасіння повинні бути постійно замкненими.

Ключі від приміщення станції пожежогасіння повинні знаходитися в приміщенні пожежного поста, про що при вході в приміщення станції

пожежогасіння повинна бути відповідна інформація.

Стандарт ДСТУ 4578:2006 СИСТЕМИ ПОЖЕЖОГАСІННЯ ДІОКСИДОМ ВУГЛЕЦЮ. Проектування та монтаж. (ISO 6183:1990, MOD) призначено для використання тими, хто займається придбанням, проектуванням, монтуванням, обстеженням, погодженням, експлуатуванням та технічним обслуговуванням систем пожежогасіння діоксидом вуглецю (CO_2), щоб таке обладнання функціювало належним чином протягом його строку експлуатування.

Питання 3. Особливості моделювання аспг з використанням діоксиду вуглецю

Розрахунок системи пожежогасіння розпочинається з визначення кількості CO_2 , необхідної для гасіння пожежі. Вихідними даними для розрахунку є розміри приміщення. За основу береться об'єм приміщення, що підлягає захисту, або об'єм закритого простору. Від цього об'єму треба відняти об'єм масивних структурних елементів, таких як фундаменти, колони, балки тощо.

Необхідно враховувати також наступне:

- матеріали, які мають бути захищеними;
- конкретне призначення пожежонебезпечного об'єкта;
- прорізи, які не можуть бути закриті;
- вентиляційні системи, які не можуть бути вимкнені;
- не повинно бути прорізів у підлозі.

Проектну кількість діоксиду вуглецю (у кілограмах) розраховують як:

$$m = K_B \cdot (0,2A + 0,7V),$$

де $A = A_V + 30 A_{OV}$;

$V = V_V + V_Z - V_G$;

A_V – загальна площа поверхні всіх стін, підлоги і стелі (включно із прорізами A_{OV}) захищуваного простору, m^2 ;

A_{OV} – загальна площа поверхні всіх прорізів за припущення, що вони будуть відкриті у разі пожежі, m^2 ;

V_V – об'єм захищуваного закритого простору, m^3 ;

V_Z – додатковий об'єм газового середовища, що видаляється протягом тривалості інгібування вентиляційними системами, які не можуть бути вимкнені, m^3 ;

V_G – об'єм будівельної конструкції, який можна відняти, m^3 ;

K_B – коефіцієнт, що характеризує захищуваний матеріал, який може дорівнювати одиниці або бути більшим за неї.

Коефіцієнт 0,2 характеризує частку діоксиду вуглецю, яка може видалитись і вимірюється у кілограмах на квадратний метр.

Коефіцієнт 0,7 характеризує мінімальну кількість діоксиду вуглецю, яка береться за основу для визначення потрібної маси діоксиду вуглецю і вимірюється у кілограмах на кубічний метр.

Зазначені два коефіцієнти (0,2 і 0,7) враховують вплив співвідношення об'єму приміщення (V_V) та площі поверхні огорожувальних конструкцій приміщення (A_V) на потрібну масу діоксиду вуглецю для захисту приміщення.

Коефіцієнт матеріалу K_B , наведений у таблиці 1, треба враховувати під час проектування для горючих матеріалів і конкретних ризиків, які потребують концентрацій CO_2 , вищих за нормальну.

Коефіцієнти K_B для об'єктів, які не вказано в переліку, треба визначати експериментально.

При проектуванні АСПП необхідно враховувати вплив вентиляційної системи, яка не може бути вимкнена до спрацювання АСПП. Щоб визначити кількість діоксиду вуглецю, яку потрібно використати, об'єм приміщення (V_V) повинен бути збільшений на об'єм повітря (V_Z), який подається до приміщення або виходить з нього в той час, коли воно заповнюється діоксидом вуглецю і протягом часу інгібування. Вплив усіх прорізів, у тому числі повітряних клапанів, розташованих у стінах і стелі на випадок вибуху, які не можуть бути закриті протягом пожежі, вказано в розрахунку у вигляді A_{OV} . Пористість матеріалів огороження закритого простору або нещільності навколо дверей, вікон, засувки тощо не потрібно розглядати як прорізи.

Якщо висувається вимога щодо тривалості інгібування, то прорізи не допускаються, за винятком тих випадків, коли застосовують додаткову кількість діоксиду вуглецю для підтримання необхідної концентрації протягом встановленого часу інгібування.

Таблиця 1 – Розрахункові дані для проектування АСПП із діоксидом вуглецю

Горючий матеріал	Коеф. для матеріалу, K_B	Проектна концентрація CO_2 , %	Тривалість інгібування, хв.
Пожежі газів і рідин			

ацетон	1	34	—
ацетилен	2,57	66	—
авіаційне пальне марки 115/145	1,06	36	—
бензол, бензин	1,1	37	—
бутадиєн	1,26	41	—
бутан	1	34	—
бутен-1	1,1	37	—
дисульфід вуглецю	3,03	72	—
монооксид вуглецю	2,43	64	—
кам'яновугільний або природний газ	1,1	37	—
циклопропан	1,1	37	—
дизельне пальне	1	34	—
диметилловий ефір	1,22	40	—
даутерм	1,47	46	—
етан	1,22	40	—
етилловий спирт	1,34	43	—
етилловий ефір	1,47	46	—
етилен	1,6	49	—

Під час гасіння пожеж на об'єктах, що сталися внаслідок зовнішнього впливу бойових засобів ураження, необхідно враховувати ряд додаткових факторів, а саме:

- деформацію та руйнування незахищених металевих конструкцій покрівлі будівель,
- ходових містків, майданчиків, технологічного обладнання;

- можливість повторних обстрілів сусіднього електроустаткування та місць дислокації сил і засобів ДСНС;
- можливість одночасного пошкодження декількох елементів електроустаткування та швидкого поширення вогню горючою ізоляцією кабелів, прокладених у лотках, тунелях і шахтах, горючим утеплювачем та конструктивними елементами будівлі або мастилом, що виливається з пошкоджених змащувальних систем генераторів, розподільних пристроїв;
- можливість утворення вибухонебезпечних сумішей у разі пошкодження водневих систем охолодження генераторів;
- затримку виїзду сил і засобів ДСНС у зв'язку із обстрілами території об'єктів енергетики;
- можливість тимчасового призупинення оперативних дій під час гасіння пожежі для відведення та укриття особового складу внаслідок загрози обстрілу;
- виникнення небезпечних рівнів радіації у разі розгерметизації технологічного обладнання і комунікацій на атомних електростанціях;
- відсутність тиску в мережі протипожежного водопроводу через ураження електричних і водопровідних мереж, пошкодження насосного обладнання;
- можливе руйнування пожежних водойм і резервуарів із запасом води для пожежогасіння та місць зберігання запасу піноутворювача;
- забруднення території боєприпасами, що не вибухнули та їх вибухонебезпечними осколками;
- можливу відсутність обслуговуючого персоналу через загрозу обстрілу, їх перебування у захисних спорудах (або якщо це не передбачено режимом їх роботи).

Аналіз досвіду повітряних ударів засобами повітряного нападу (ЗПН) (крилатими, балістичними ракетами, безпілотними літальними апаратами типу “камікадзе” тощо) показав, що найбільш часто ЗПН здійснюють ураження критичних (найбільш важливих) елементів об'єктів енергетичної системи ударною хвилею та (або) уламками. Але випадки прямого влучення у вказані об'єкти не є поодинокими. У будь-якому випадку ймовірність прямого влучення у критичний елемент (КЕ) залежить від тактико-технічних характеристик ЗПН, а також способу наведення на ціль та габаритних розмірів КЕ об'єкту критичної інфраструктури. При цьому, ступінь ураження КЕ буде залежати як від тактико-технічних характеристик ЗПН, так і від віддалення його спрацювання від цілі та ступеня інженерного захисту КЕ об'єкту критичної інфраструктури.

Серед критичних елементів об'єктів енергетичної системи України найбільш часто уражаються теплоелектростанції (ТЕС) та трансформаторні розподільчі підстанції ВЛ-750, 330, 110, гідротехнічні споруди гідроелектростанцій (ГЕС). КЕ об'єктів енергетичної системи України, що потребують обов'язкового посилення інженерного захисту, є: автоматичні розподільчі системи; енергогенеруючі блоки з трансформаторами; автоматизовані трансформаторні підстанції, греблі гідротехнічних споруд з енергоблоками ГЕС.

Найменш трудомістким та найбільш ефективним способом інженерного захисту КЕ об'єктів електропостачання ТЕС та трансформаторних розподільчих підстанцій ВЛ- 750, 330, 110 є зведення штучних захисних перешкод навколо них. У зв'язку з тим, що створення перекриття над вказаними КЕ є неможливе, такий варіант захисту може бути застосований по їх периметру та буде забезпечувати захист від бічного ураження ударною хвилею та (або) уламками у разі наближеного вибуху ЗПН.

До варіантів інженерного захисту за допомогою штучних захисних перешкод навколо КЕ об'єктів електропостачання належать: використання підручних рухомих та нерухомих засобів; збирання захисних перешкод з окремих елементів.

Завдання на самопідготовку:

1. **ДСТУ 4578:2006 СИСТЕМИ ПОЖЕЖОГАСІННЯ ДІОКСИДОМ ВУГЛЕЦЮ.** Проектування та монтаж. (ISO 6183:1990, MOD)
2. **ДСТУ 4466:2008 СИСТЕМИ ГАЗОВОГО ПОЖЕЖОГАСІННЯ.** Проектування, монтування, випробування, технічне обслуговування та безпека

Література:

1. **ДБН В.2.5-56:2014** Інженерне обладнання будинків і споруд. СИСТЕМИ ПРОТИПОЖЕЖНОГО ЗАХИСТУ.
2. **ДСТУ 4578:2006 СИСТЕМИ ПОЖЕЖОГАСІННЯ ДІОКСИДОМ ВУГЛЕЦЮ.** Проектування та монтаж. (ISO 6183:1990, MOD)
3. **ДСТУ 4466:2008 СИСТЕМИ ГАЗОВОГО ПОЖЕЖОГАСІННЯ.** Проектування, монтування, випробування, технічне обслуговування та безпека

Модуль 3.

Системи протипожежного захисту

Лекція № 8

Тема лекції

Особливості моделювання систем порошкового пожежогасіння

Питання лекції:

1. Вимоги нормативних документів до системи порошкового пожежогасіння
2. Методика розрахунку систем порошкового пожежогасіння

1. Вимоги нормативних документів до системи порошкового пожежогасіння

Системи порошкового пожежогасіння застосовуються для ліквідації пожеж класів А, В, С за ГОСТ 27331 та електрообладнання, яке знаходиться під напругою електричного струму.

Системи порошкового пожежогасіння, як правило, не слід застосовувати для захисту приміщень із великою кількістю відкритих електричних контактних пристроїв, із наявністю ЕОМ, апаратних залів АТС.

Системи порошкового пожежогасіння не слід застосовувати для гасіння пожеж горючих речовин, схильних до самозаймання і тління всередині об'єму речовини (деревинні стружки, бавовна, трав'яна мука і ін.), а також пірофорних речовин і матеріалів, схильних до тління і горіння без доступу повітря.

Системи повинні бути забезпечені 100 % щодо розрахункового запасом ВП і робочого газу (для найбільшого із захищуваних приміщень), що зберігається на об'єкті, з метою забезпечення перезарядження системи після її

спрацьовування У випадку захисту об'єкта нетрубопроводними модульними системами порошкового пожежогасіння на його складі повинні зберігатися запасні модулі, кількість і типорозміри яких забезпечують 100 % заміну модулів, які застосовуються для захисту найбільшого приміщення даного об'єкта. Запас ВП, робочого газу та запасні модулі допускається зберігати на підприємствах і організаціях, які виконують технічне обслуговування систем порошкового пожежогасіння для забезпечення можливості відновлення їх працездатності протягом 24 годин після спрацьовування.

До складу кожної модульної системи порошкового пожежогасіння повинні входити тільки однакові за типом та типорозміром модулі.

Системи пожежогасіння об'ємним способом призначені для створення середовища, що не підтримує горіння у всьому об'ємі приміщення, що захищається, і можуть застосовуватися тільки для захисту об'єктів, які представляють собою замкнутий простір, причому ступінь негерметичності приміщення, що захищається, перед спрацьовуванням системи не повинна перевищувати 15%. При цьому, якщо ступінь негерметичності приміщення становить більше ніж 1%, повинна передбачатися додаткова кількість ВП.

Двері в приміщення, яке підлягає протипожежному захисту, повинні бути такими, що самі закриваються.

Вентиляція цього приміщення повинна відключатися до початку подавання ВП при спрацьовуванні системи.

Конструкція розподільного трубопроводу з розпилювачами або розташування модулів із запірно-розпилювальними пристроями відповідної системи повинні забезпечувати рівномірний розподіл ВП, що з них подається, в захищуваному об'ємі.

Системи пожежогасіння поверхневим способом призначені для подавання та розподілу вогнегасного порошку по поверхні об'єкта протипожежного захисту.

В якості вихідної величини для визначення параметрів системи пожежогасіння поверхневим способом, як правило, приймають площу підлоги приміщення, що захищається, у межах якого можливе виникнення вогнищ пожежі різної величини.

Системи локального пожежогасіння застосовуються в тих випадках, коли технічно неможливо або економічно недоцільно застосовувати системи пожежогасіння об'ємним або поверхневим способами.

При виборі виду системи локального пожежогасіння слід враховувати співвідношення максимальної висоти обладнання, що захищається, (h_z) і висоти розташування розпилювачів (H_p). При $h_z/H_p > 0,5$ слід застосовувати системи локального пожежогасіння об'ємним способом, а при $h_z/H_p \leq 0,5$ - системи локального пожежогасіння поверхневим способом або системи пожежогасіння поверхневим способом.

2. Методика розрахунку систем порошкового пожежогасіння

Визначення основних параметрів систем порошкового пожежогасіння при проектуванні включає такі етапи:

- визначення характеристик пожежної небезпеки об'єкта, що захищається;
- вибір способу гасіння;
- вибір способу подачі вогнегасного порошку (далі - ВП);
- вибір типу й марки ВП;
- визначення основних параметрів системи, що забезпечують ефективність її застосування для захисту даного об'єкта (маса заряду,

витрата, тривалість подачі ВП, показники вогнегасної ефективності, необхідна кількість та типорозмір модулів у складі модульної системи порошкового пожежогасіння);

- вибір конструкції розподільного трубопроводу й типу використовуваних розпилювачів, що забезпечують найбільш ефективний розподіл подаваного вогнегасного порошку, що подається у захищувану зону (в об'єм або на площу).

Параметри системи об'ємного пожежогасіння з розподільною мережею

Мінімальна маса ВП, кг, необхідна для захисту даного приміщення, розраховується за формулою:

$$M_{\min} = M_1 + M_2 + M_3,$$

де M_1 – основна маса ВП, пропорційна об'єму приміщення, що захищається, кг;

M_2 – додаткова маса ВП для компенсації винесення частини порошку через відкриті отвори, площа кожного з яких $S_{\text{от1}}$ менше 5 % від загальної площі огорожувальних будівельних конструкцій – $S_{\text{ог}}$, причому сумарна площа таких отворів більше 1 %, але менше 15 % від $S_{\text{ог}}$, кг;

M_3 – додаткова маса ВП для компенсації винесення порошку через отвори, площа кожного з яких $S_{\text{от2}}$ більше 5 % від $S_{\text{ог}}$, а сумарна площа таких отворів не перевищує 15 % від $S_{\text{ог}}$, кг.

Маси M_1 і M_2 під час викиду повинні рівномірно розподілятися по об'єму, що захищається. Маса M_3 повинна подаватися уздовж відповідного отвору пропорційно його площі $S_{\text{от2}}$.

$$M_1 = q_{\text{vo}} \cdot V_3,$$

$$M_2 = 2,5 \Sigma S_{\text{от1}},$$

$$M_3 = 5,0 \Sigma S_{от2},$$

де q_{vo} – норма подачі ВП для об'ємного гасіння, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$;

V_3 – об'єм приміщення, що захищається, м^3 ;

$S_{от1}$ – площа отворів, площа кожного з яких менше 5 % від загальної площі огорожувальних конструкцій, м^2 ;

$S_{от2}$ – площа отворів, кожна з яких більше 5% від загальної площі огорожувальних конструкцій, м^2 ;

2,5 – норма подачі додаткової кількості ВП для компенсації його винесення через отвори площею $S_{от1}$, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$;

5,0 – норма подачі додаткової кількості ВП для компенсації його винесення через отвори площею $S_{от2}$, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$.

В разі використання вогнегасних порошків, перелічених у рекомендованому додатку Г [1], приймається норма подавання

$$q_{vo} = 0,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}.$$

Мінімальна витрата ВП, $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$, яку повинна забезпечити установка, визначається за формулою

$$G_{\min} = \frac{M_{\min}}{30}.$$

При цьому інтенсивність подачі ВП повинна бути

$$I_{vo} \geq 0,02 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}.$$

Мінімальна тривалість витікання ВП – $t_{\text{тп}}$, під час роботи установки пожежогасіння об'ємним способом із розподільною мережею визначається за формулою

$$t_{\min} = 0,67 q_{vo} \cdot I_{vo}^{-1}, \quad (3.6)$$

але повинна бути не менше 5 с.

Визначення основних параметрів систем локального пожежогасіння об'ємним способом

Мінімально необхідна маса ВП, кг, розраховується за формулою

$$M_{\min} = q_{\text{вл}} \cdot V_{\text{зл}},$$

де $q_{\text{вл}}$ – норма подачі ВП для локального гасіння за об'ємом для ВП, які перелічені в додатку Г [1], приймається $q_{\text{вл}} = 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^3$;

$V_{\text{зл}}$ – розрахунковий об'єм, що захищається, м^3 .

Величина $V_{\text{зл}}$ визначається на підставі геометричних розмірів устаткування, яке захищається, збільшених на 1,5 % кожний:

$$V_{\text{зл}} = 1,15^3 \cdot A \cdot B \cdot H = 1,52 \cdot A \cdot B \cdot H,$$

де A, B, H – відповідно довжина, ширина та висота обладнання, що підлягає захисту, м.

Мінімальна витрата ВП, $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$, що визначається аналогічним чином і для установок об'ємного гасіння:

$$G_{\text{тин}} = \frac{M_{\min}}{30}.$$

При цьому інтенсивність подачі ВП, $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}$, повинна бути

$$I_{\text{вл}} \geq 0,04.$$

Мінімальна тривалість витікання ВП – $t_{\min}$, під час роботи установки локального пожежогасіння об'ємним способом визначається за формулою:

$$t_{\min} = 0,67 q_{\text{вл}} / I_{\text{вл}} ,$$

але повинна бути не менше 5 с.

Параметри системи локального пожежогасіння поверхневим способом із розподільною мережею.

Мінімально необхідна для гасіння маса порошку в разі використання ВП, що перелічені в рекомендованому додатку Г [1], визначається на основі норми подачі, яка розраховується за формулою:

$$q_s = 0,45 \kappa_y (\kappa_{\text{сп}} + 1,44 \sqrt{S}) ,$$

де q_s – норма подачі ВП для локального гасіння по площі, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$;

S – площа гасіння (наприклад, максимальна площа розливу горючої рідини під час пожежі), м^2 ;

$\kappa_{\text{сп}}$ – коефіцієнт, який залежить від способу подавання ВП;

κ_y – коефіцієнт, який залежить від умов гасіння, всередині приміщення («всередині») або на відкритому майданчику («зовні»).

Значення коефіцієнтів і формули для розрахунку норми подачі вогнегасного порошку для гасіння «зовні» є дійсними тільки для застосування установок, коли швидкість вітру не перевищує $3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$.

Мінімальна маса ВП, кг , визначається за формулою

$$M_{\min} = q_s \cdot S .$$

Мінімальна витрата ВП, $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$, визначається на основі експериментально встановленого для кожної марки ВП значення мінімальної інтенсивності – I_s , $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$:

$$G_{\min} = \frac{M_{\min} I_s}{q_s}.$$

Мінімальна тривалість подавання ВП, с, розраховується за формулою:

$$t_{\min} = 0,67 \kappa_y \frac{q_s}{I_s}.$$

На підставі значень $M_{\min}$, $G_{\min}$ та $t_{\min}$ здійснюється вибір установки з відповідними технічними характеристиками. При цьому повинні задовольнятися умови:

$$M_z \geq \kappa_{\text{зал}} \cdot M_{\min},$$

$$G_y \geq G_{\min},$$

$$t_y \geq t_{\min},$$

де M_z – маса заряду ВП в резервуарі установки, кг;

$\kappa_{\text{зал}}$ – коефіцієнт залишку, який визначається на підставі регламентованої в паспорті або ТУ на установку граничної величини залишку ВП після спрацьовування (за регламентованим 5%-м залишком – $\kappa_{\text{зал}} = 1,05$, за 10%-м залишком – $\kappa_{\text{зал}} = 1,1$ тощо);

G_y – витрата ВП, яка забезпечується установкою, $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$;

t_y – тривалість подавання ВП під час роботи установки, с.

Залежно від геометричних розмірів площі гасіння та можливостей забезпечення монтажу здійснюється розміщення розпилювачів і трасування розподільного трубопроводу відповідно до рекомендацій, наведених у паспортах відповідних установок.

До основних рекомендацій щодо організації гасіння пожеж на таких об'єктах під час воєнного стану відносяться:

1) необхідність розгляду потенційної можливості виникнення руйнувань і інших небезпечних ситуацій внаслідок бомбардувань або через інші військові дії, що вимагає додаткових заходів безпеки при проведенні гасіння пожеж;

2) відповідальною службою за дієву організацію гасіння пожеж має бути військова частина приймаюча спеціальну підготовку щодо ліквідації вогневих уражень з використанням спеціальної техніки й обладнання;

3) у місці розташування об'єкту зберігання нафтопродуктів повинно бути розгорнуто спеціальну техніку й засоби гасіння пожеж, такі як пожежні машини;

4) спеціальні відділи персоналу мають пройти спеціальну підготовку щодо ліквідації вогневих уражень й керівництва процесом гасіння пожеж на об'єктах зберігання нафтопродуктів;

5) під час проведення робіт з гасіння пожеж на об'єктах зберігання нафтопродуктів обов'язково необхідно дотримуватися спеціальних інструкцій, затверджених відповідними фахівцями й фахівцями служби контролю й дотримання безпеки;

6) надання допомоги має бути організована, щоб уникнути ризику загибелі серед населення цивільного під час проведення робіт із ліквідації вогневих уражень;

7) після ліквідації пожежі необхідно вжити заходів для ліквідації можливих негативних наслідків завданям навколишньому середовищу й уникнення впливу пожежної шкоди на навколишнє середовище;

8) керівництво процесом гасіння пожеж повинно здійснюватися кваліфікованими фахівцями з відповідними знаннями й досвідом роботи на об'єктах зберігання нафтопродуктів в умовах воєнного стану;

9) інтеграція автоматизованих систем пожежогасіння (застосування систем раннього виявлення загорянь, таких як тепловізори та сенсори диму, дозволяє оперативно реагувати на загрози. Автоматизовані пінні установки забезпечують локалізацію пожежі без втручання персоналу);

10) використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) – дрони можуть виконувати функції розвідки, оцінюючи масштаби пожежі та визначаючи критичні точки. Вони також можуть доставляти спеціальні вогнегасні засоби;

11) мобільні пожежні підрозділи (створення мобільних бригад, оснащених спеціальною технікою, дозволить швидко реагувати на пожежі навіть у важкодоступних зонах);

12) підготовка персоналу (регулярні тренування за сценаріями надзвичайних ситуацій, зокрема під обстрілами, підвищують рівень готовності персоналу);

13) координація між структурами (ефективна взаємодія між пожежними, військовими та рятувальними службами є ключовою умовою оперативного реагування. Спільні навчання та розробка узгоджених планів дій сприяють підвищенню ефективності) [5]. Запровадження сучасних технологій та інноваційних методів таких, як використання дронів для моніторингу ситуації та доставки вогнегасних засобів, автоматизація систем пожежогасіння (зокрема системи пінного гасіння), впровадження спеціальних вогнестійких матеріалів для захисту резервуарів. Також важливою є інтеграція дій пожежних підрозділів із військовими та цивільними службами задля оперативного реагування. Спільне проведення навчань дозволяє підвищити готовність до надзвичайних ситуацій.

Література:

1. ДБН В.2.5-56:2014 Інженерне обладнання будинків і споруд. СИСТЕМИ ПРОТИПОЖЕЖНОГО ЗАХИСТУ.
2. ДСТУ 7052:2009 СИСТЕМИ ПОРОШКОВОГО ПОЖЕЖОГАСІННЯ Частина 2. Проектування, конструкція та технічне обслуговування.

Завдання на самопідготовку:

ДБН В.2.5-56:2014 Системи протипожежного захисту. Додаток Г.

Модуль 3.

Математичне моделювання систем пожежогасіння

Лекція № 9

Тема лекції

Моделювання систем аерозольного пожежогасіння

Питання лекції:

3. Вимоги нормативних документів до систем аерозольного пожежогасіння.
4. Моделювання характеристик генератору вогнегасного аерозолю.

1. Вимоги нормативних документів до систем аерозольного пожежогасіння

Пригадаємо що, автоматична система аерозольного пожежогасіння (АСАП) (рис. 1) складається з наступних елементів:

- пожежні сповіщувачі;
- пожежний приймально-контрольний прилад системи сигналізації;
- прилади та пристрої контролю й управління пуском ГВА;
- пристрої, що забезпечують живленням елементи системи;
- шлейфи пожежної сигналізації, електричні кола живлення, управління й контролю системи;
- пожежні оповіщувачі спрацьовування установки;
- генератори вогнегасного аерозолю;
- пристрої, що формують командні імпульси на відключення систем вентиляції, кондиціонування, повітряного опалення й технологічного обладнання;

- пристрої, що формують командні імпульси на закриття протипожежних клапанів, заслінок вентиляційних коробів;
- пристрої оповіщення про випуск вогнегасної речовини;
- пристрої сигналізації про закриття дверей у приміщеннях, що захищаються;
- пристрої світло-звукової сигналізації.

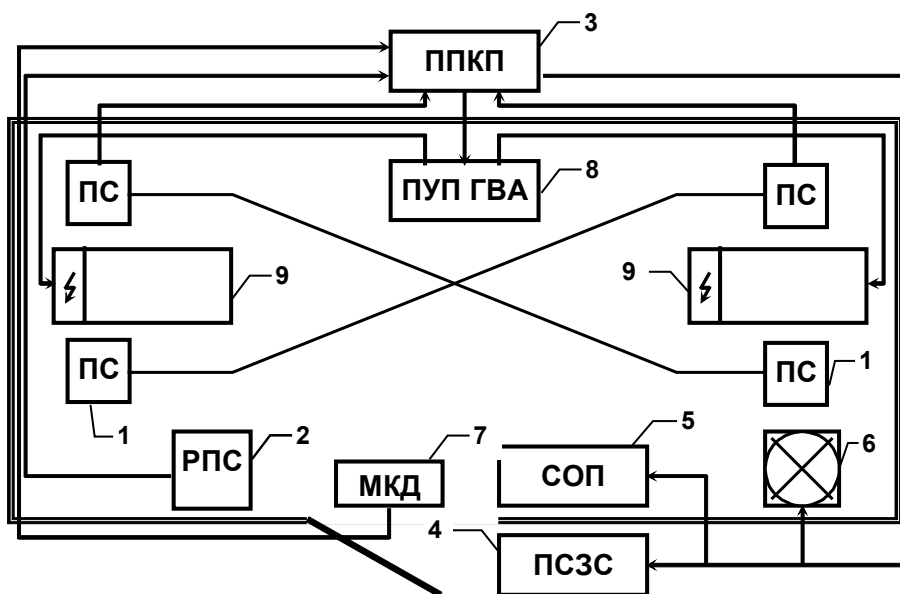


Рис. 1 – Схема автоматичної системи аерозольного пожежогасіння:

- 1 – автоматичний пожежний сповіщувач; 2 – ручний пожежний сповіщувач;
3 – пожежний приймально-контрольний прилад; 4 – пристрої світло-звукової
сигналізації; 5 – система мовленевого оповіщення персоналу;
6 – технологічне обладнання; 7 – магнітно-контактний датчик; 8 – пристрій
управління пуском ГВА; 9 – ГВА з електричним пуском

При проектуванні АСАП необхідно врахувати такі загальні вимоги:

- висота захищеного приміщення має бути не більше 10 м, а параметр негерметичності не більше $0,04 \text{ м}^{-1}$;
- об'єм захищеного приміщення повинен не перевищувати 10000 м^3 ;
- для захисту кабельних споруд об'ємом до 3000 м^3 , висотою не більшою ніж 10 м, за значень параметра негерметичності приміщення не більше ніж $0,001 \text{ м}^{-1}$;

- заборонено застосовувати АУАП у приміщеннях, які не можуть бути залишені людьми до початку роботи ГВА, та у приміщеннях з масовим перебуванням людей (більше 50 осіб).

За ступенем забезпечення надійності електропостачання електроприймачі АСАП належать до **1 категорії** (за ПУЕ).

За відсутністю можливості – допускається використовувати як джерело резервного електропостачання **аккумуляторні батареї**

З метою **запобігання помилковим спрацьовуванням**, для автоматичного приведення ГВА у дію необхідно передбачати:

- не менше **двох безадресних** сповіщувачів **різних шлейфів** сигналізації
- **двох адресних** сповіщувачів однієї сигнальної лінії.

Системи примусової вентиляції в захищуваних приміщеннях повинні бути обладнані пристроями для їх автоматичного вимкнення перед подачею вогнегасного аерозолю за керівним імпульсом, що формується АСАП.

У приміщеннях, захищених АСАП, та перед входом до них повинно бути передбачене **світлове табло** з інформацією щодо режиму роботи системи пожежогасіння.

ГВА слід розміщувати на поверхні несучих та огорожувальних конструкцій, виготовлених з негорючих матеріалів, або передбачати заходи щодо забезпечення вимог безпеки, викладених у технічній документації на конкретний тип ГВА. Не слід розміщувати ГВА таким чином, щоб струмінь аерозолю був спрямований у напрямку постійно відкритого прорізу (прорізів) в огорожувальних конструкціях приміщення.

Також розміщення ГВА у приміщенні повинно забезпечувати можливість контролю цілості їх корпусу та заміни пошкодженого чи несправного генератора новим.

Розміщення ГВА у приміщенні, що захищається, повинно здійснюватись:

- виходячи з умов забезпечення рівномірного розподілу аерозолі у приміщенні;
- виключення впливу високотемпературних зон на обслуговуючий персонал та розташовані усередині захищуваного приміщення горючі матеріали й обладнання;
- безпечні відстані від генератора до шляхів евакуації, горючих матеріалів та обладнання, розміри високотемпературних зон повинні відповідати вимогам, викладеним в технічній документації на ГВА.

2. Моделювання характеристик генератора вогнегасного аерозолі.

При моделюванні генераторів вогнегасного аерозолі дуже важливо враховувати вплив геометричних розмірів корпусу та властивостей аерозольутворюючої сполуки заряду генератора на величину масової витрати та швидкість згоряння заряду АУС.

Однією з основних характеристик генератора є його здатність подати певну кількість вогнегасної речовини за одиницю часу. Визначимо масову витрату в режимі, що встановився

$$M_{\text{ст}} = \rho_{\text{т}} \cdot S_3 \cdot u_1 \cdot \sqrt{1 + \eta}.$$

Для випадку коли $V = \alpha$

$$M_{\text{ст}} = \frac{\rho_{\text{т}} \cdot S_3 \cdot u_1}{1 - \eta}.$$

У випадку $\nu = \frac{3 \cdot \alpha}{4}$, витрата буде визначатись виразом:

$$M_{\text{ст}} = \rho_{\text{т}} \cdot S_3 \cdot u_1 \cdot \left[\frac{\eta + \sqrt{4 + \eta^2}}{2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

При $\nu = \frac{3 \cdot \alpha}{4}$ будемо мати:

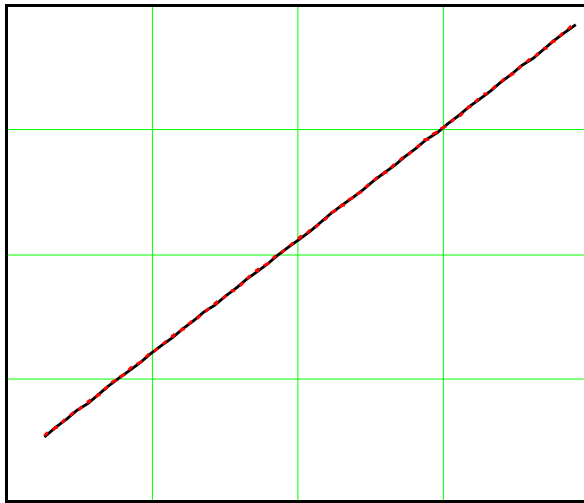
$$M_{\text{ст}} = \rho_{\text{т}} \cdot S_3 \cdot u_1 \cdot \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \eta}}{2 \cdot \eta} \right]^{\frac{3}{2}}$$

Дослідження впливу параметрів корпусу генератора та характеристик палива на величину масової секундної витрати проведемо за допомогою відповідних графіків.

На рис 9.1 представлений графік залежності масової витрати від площі поверхні горіння при $u_a = 1 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, $T_{\Gamma} = 2200 \text{ К}$, $S_B = 1.18 \text{ см}^2$, $R = 287 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$, $\mu = 0.97$, $\rho_{\text{т}} = 1819 \text{ кг/м}^3$, $p_{\text{АТМ}} = 101325 \text{ Па}$, $\chi = 0.9$, $k = 1.4$, $\nu = 0.286$.

Залежність на діапазоні, що розглядається, носить лінійний характер. При зміні площі поверхні горіння на $\pm 20 \%$ відносно $S_3 = 9.08 \text{ см}^2$ масова витрата збільшується більш ніж 1.5 разу.

Досліджуємо вплив на величину масового витрати площі випускних отворів з допомогою графічних залежностей представлених на рис. 9.2



9.1 Залежність масової витрати від площі поверхні горіння

$M_{CT}, \text{г} \cdot \text{с}^{-1}$

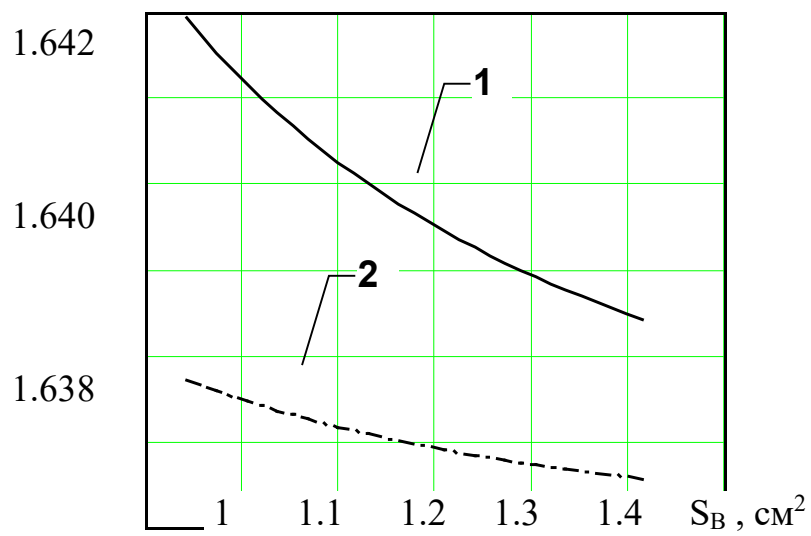


Рис. 9.2. Залежність масової витрати від площі випускних отворів: 1 – $\square = 0.43$; 2 – $\square = 0.14$

Аналіз цих залежностей показує, що зі зростанням площі вихідних отворів масова витрата зменшується, причому для зарядів з великим значенням показника $\square$ зниження витрати відбувається швидше. Зміна SB більш ніж на 50 % щодо $SB = 1.18 \text{ см}^2$ призводить до зміни витрати на соті частки відсотка, що дозволяє зробити висновок про неефективність впливу на величину масової витрати, при докритичному режимі закінчення аерозолі шляхом зміни площі випускних отворів.

Визначимо ступінь впливу температури горіння твердопаливного заряду на величину масової витрати. Відповідну графічну залежність представлено на рис. 9.3.

Незважаючи на те, що для обох випадків спостерігається зростання масової витрати при збільшенні температури горіння, приріст витрати становить лише 0.001 % при підвищенні температури на 1000 К. Це дозволяє зробити висновок про те, що зниження температури горіння ТТЗ, а отже, і температури газоаерозольної суміші на виході генератора, не викличе скільки-небудь істотного зниження масової витрати.

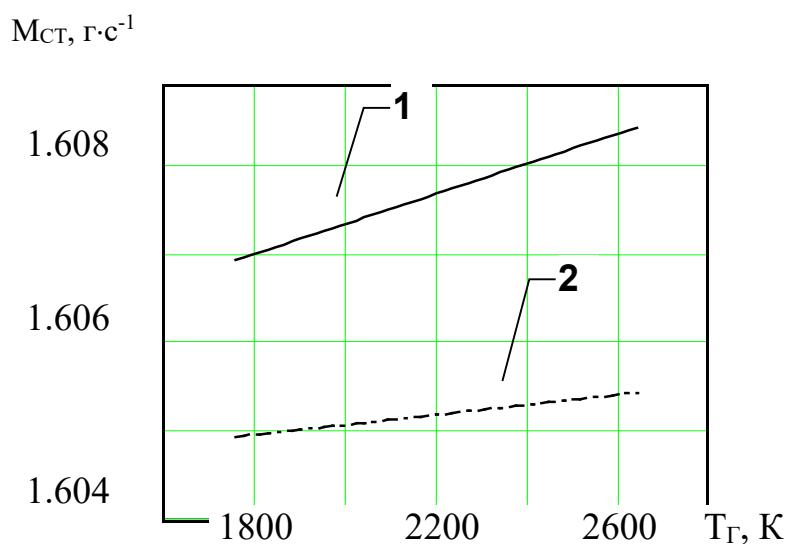


Рис. 9.3. Залежність масової витрати від температури горіння заряду: 1 – $\rho = 0.43$; 2 – $\rho = 0.14$

Певний інтерес викликає дослідження впливу параметрів, що характеризують швидкість горіння аерозольуючого заряду на величину масової витрати (рис. 9.4).

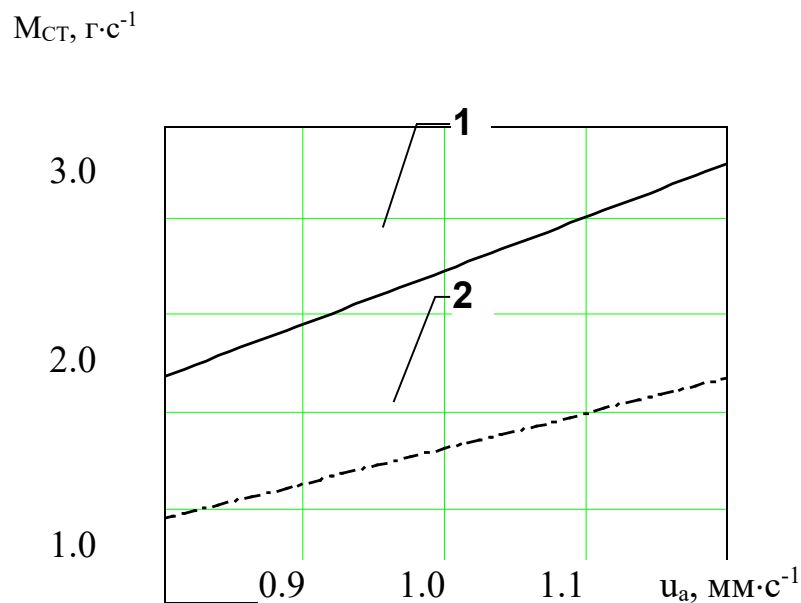


Рис. 9.4. Залежність масових витрат від швидкості горіння заряду: 1 – $\rho T = 2200$ кг/м³; 2 – $\rho T = 1450$ кг/м³

Аналіз залежності на рис. 9.4 показує, що зростання швидкості горіння призводить до пропорційного збільшення масової витрати, причому більшому значенню щільності заряду, пряма 1, відповідає більший приріст витрати.

Досліджуємо вплив початкової температури заряду на величину масової витрати за допомогою графіка, представленого на рис. 9.5.

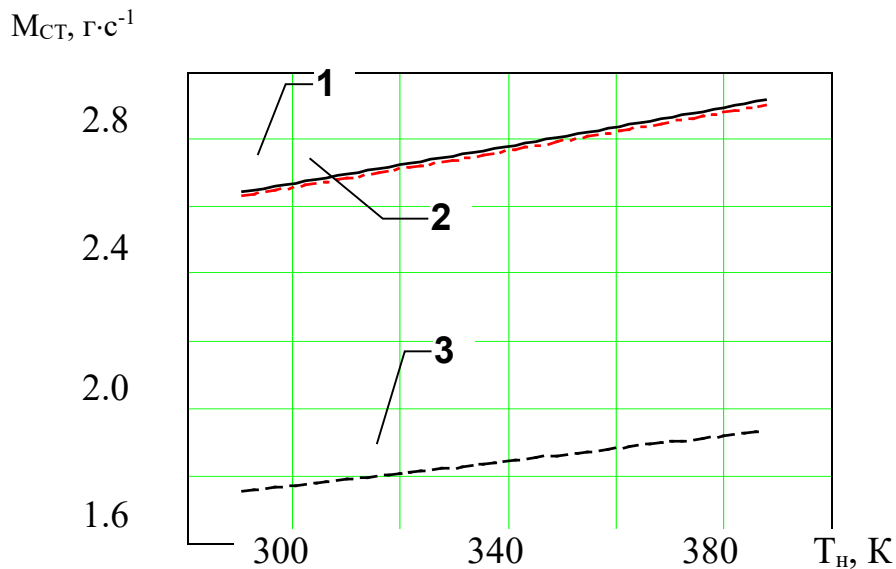


Рис. 9.5. Залежність масової витрати від початкової температури заряду:
 1 – $\rho T = 2200 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \quad \rho = 0.43$; 2 – $\rho T = 2200 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \quad \rho = 0.14$; 3 – $\rho T = 1450 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \quad \rho = 0.43$

Аналіз розглянутих графічних залежностей показав, що вплив показника незначно, прямі 1 і 2 практично збігаються, а положення прямих, що відповідають різним значенням щільності заряду, близько до паралельного та в обох випадках зі зростанням початкової температури заряду призводить до підвищення значення масової витрати на 10%.

Таким чином, масовий секундний витрата в режимі роботи генератора, що встановився, в залежності від значення показника, визначається виразами. Встановлено, що величина масової витрати при докритичному режимі закінчення газоаерозольної суміші з випускних отворів істотно залежить від щільності аерозольутворюючого заряду, площі поверхні горіння заряду,

початкової температури заряду і швидкості його горіння при атмосферному тиску. Варіювання зазначених параметрів призводить до зміни масової секундної витрати на 10 - 50%.

Слабкий вплив на величину масової витрати, що робить зміну температури горіння аерозольотворюючого заряду, дозволяє досягти зниження температури газоаерозольної суміші на виході генератора без значного зменшення витрати.

Аналітичний вираз для швидкості горіння аерозольотворюючого заряду, в режимі роботи ГОА, що встановився, легко отримати, підставивши в формулу значення стаціонарного тиску в залежності від значення показника β . Визначимо ступінь впливу на швидкість горіння заряду параметрів генератора та заряду за допомогою графічних залежностей, які отримані за наступних постійних $u_a = 1 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, $\beta = 10^{-3}$, $T_{\Gamma} = 2200 \text{ К}$, $S_B = 1.18 \text{ см}^2$, $R = 287 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$, $\mu = 0.97$, $\rho_{\Gamma} = 1819 \text{ кг/м}^3$, $\chi = 0.9$, $p_{\text{АТМ}} = 101325 \text{ Па}$, $k = 1.4$, $\nu = 0.286$.

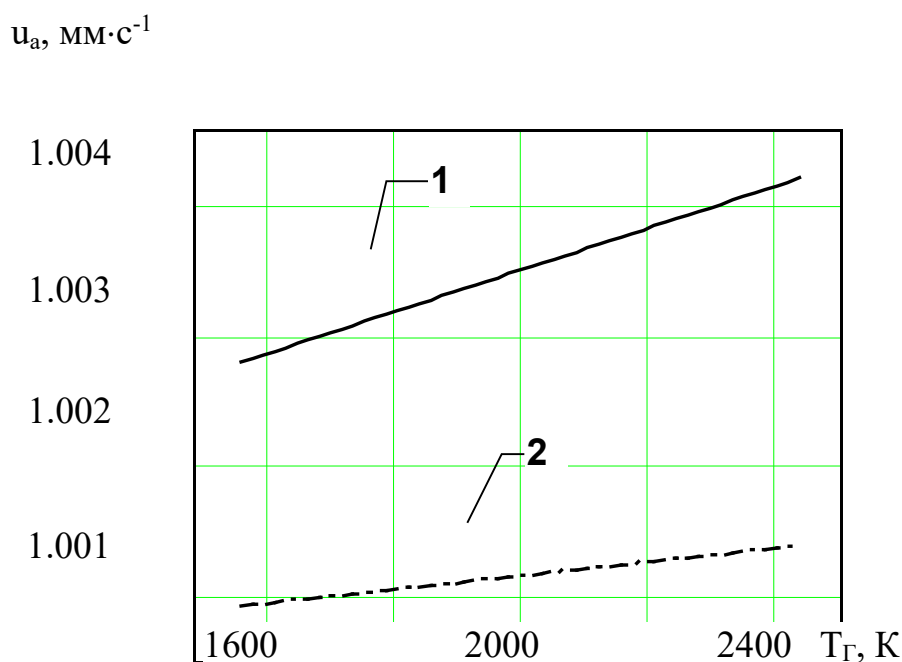
На рис. 9.6 представлено залежність швидкості горіння від температури горіння заряду, де цифрою 1 позначено графік при $\beta = 0.43$, а 2 – при $\beta = 0.14$.

Очевидно, що за будь-яких β , що належать досліджуваному діапазону, підвищення температури горіння заряду призводить до незначного підвищення швидкості горіння.

Залежність швидкості горіння від початкової температури заряду при значенні щільності заряду $\rho_{\Gamma} = 2200 \text{ кг/м}^3$ – графік 1 та $\rho_{\Gamma} = 1450 \text{ кг/м}^3$ графік 2 представлена на рис. 9.7

Підвищення початкової температури заряду на 100 До призводить до збільшення швидкості горіння на 8 %. Разом про те підвищення щільності заряду в 1.5 разу хоч і призводить до підвищення швидкості горіння, але це підвищення дуже мало. Це дозволяє зробити висновок про те, що швидкість

горіння заряду чутлива до зміни умов зовнішнього середовища – початкової температури заряду, а зміна характеристик самого заряду: щільності, температури горіння та показника в законі горіння призводить до несуттєвої зміни швидкості горіння.



Література:

1. ДБН В.2.5-56:2014 Інженерне обладнання будинків і споруд. СИСТЕМИ ПРОТИПОЖЕЖНОГО ЗАХИСТУ.
2. ДСТУ 4490:2005 УСТАНОВКИ АВТОМАТИЧНІ АЕРОЗОЛЬНОГО ПОЖЕЖОГАСІННЯ Проектування, монтування та експлуатування. Технічні вимоги.

Завдання на самопідготовку:

1. ДБН В.2.5-56:2014 Системи протипожежного захисту. п. 8.2.3
2. ДСТУ 4490:2005 Установки автоматичні аерозольного пожежогасіння Проектування, монтування та експлуатування. Технічні вимоги.

Модуль 4.

Задачі оптимізації розподілу обмежених ресурсів

Лекція № 10

Тема лекції

Оптимізаційні методи рішення задач оптимізації розподілу обмежених ресурсів

Питання лекції:

1. Постановка завдання, побудова моделі операції
2. Аналітичний опис основних обмежень задачі
3. Визначення оптимальної структури продукту інвестиційно-будівельного проекту

Розглянуто проблему управління обмеженими ресурсами як багатовимірну багатокритеріальну задачу теорії дослідження операцій. Запропоновано підхід, заснований на використанні результатів такого розділу теорії оптимізаційного геометричного проектування як розміщення в обмеженій області прямокутних геометричних об'єктів із змінними метричними характеристиками.

Виділено і формалізовані приватні критерії якості рішення і набір обмежень на область допустимих рішень оптимізаційної задачі розподілу обмежених ресурсів проекту як завдання розміщення прямокутних об'єктів із змінними метричними характеристиками, пов'язаними функціональними залежностями.

Розв'язана задача оптимального планування ресурсів при розробці проекту системи раннього виявлення пожежі складських приміщень ПрАТ «Філіп Морріс Україна» (м.Харків)

1. Постановка завдання, побудова моделі операції

Нехай є проект, що складається з робіт N (операцій) $R = \{R_i\}, i = \overline{1, N}$. На безлічі R робіт задана умова часткової впорядкованості виду $R_i < R_j, (i, j) = \overline{1, N}, i \neq j$, певне конкретної послідовністю виконання робіт (робота R_j безпосередньо слід за роботою R_i). Відзначимо при цьому, що визначення послідовності робіт передбачає участь ЛПР (менеджера проекту), так як в практичних завданнях таких послідовностей може бути кілька.

Для кожної роботи R_i відомий її обсяг V_i , виражений в чол.год,

$V_i = \text{const}$. На проект в цілому в кожен момент часу може бути виділено не більше L_i (чол) безпосередніх виконавців робіт.

Необхідно скласти план виконання робіт проекту, оптимальний по необхідних ресурсів.

Розглянемо це завдання як 2D завдання теорії оптимізаційного геометричного проектування, в рамках якої властивості досліджуваних об'єктів інтерпретуються як геометричні характеристики. Тоді ресурси проекту в цілому можна уявити як область R_0 двовимірного простору OXY , де по горизонтальній осі X відкладається час T виконання проекту, а по вертикальній осі Y - характеристика L необхідного обсягу трудових ресурсів, узгоджена з одиницями вимірювання T .

Кожна робота R_i може бути представлена як прямокутник $R_i = R_i(a_i, b_i)$ у власній системі координат $O_iX_iY_i$, причому $a_i \times b_i = V_i$, $a_i, b_i - \text{var}$. Характеристика a_i означає тривалість, а характеристика b_i - кількість виконавців роботи R_i в кожен момент часу. Момент початку виконання роботи R_i і її прив'язка до необхідної кількості трудових ресурсів визначаються параметрами $v_i = (x_i, y_i)$ розміщення роботи в просторі ресурсів OXY (рис. 1).

Зауваження 1. Обсяг V_i є константою для роботи R_i , $i = \overline{1, N}$.

Зауваження 2. На основі врахування технологічних характеристик для виконання кожної роботи R_i виділяються максимально і мінімально допустимі значення ресурсів. Іншими словами, метричні характеристики об'єкта R_i є елементи загальному випадку дискретних множин A і B :

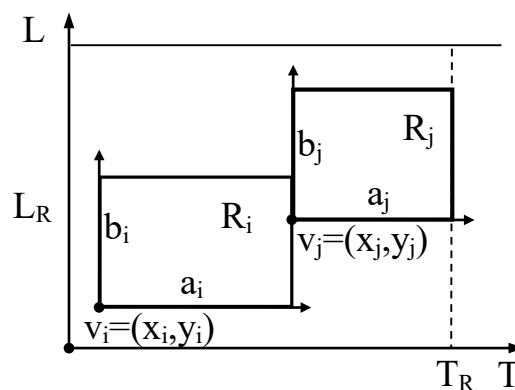
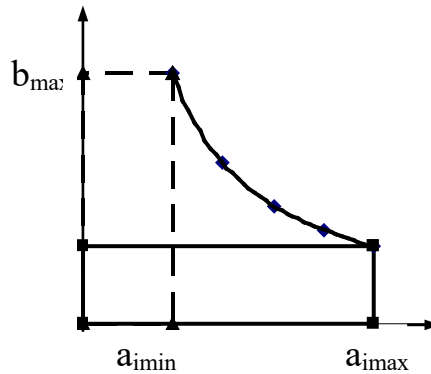


Рис. 1 – Розміщення робіт в просторі ресурсів

Рис. 2 – Подання роботи R_i при різних значеннях

$a_i \in A_i$,
 B_i , где

метричних характеристик

$b_i \in$

$$A_i = [a_{i \min}, a_{i \max}], B_i = [b_{i \min}, b_{i \max}], a_{i \min} > 0, b_{i \min} > 0. \quad (1)$$

$$b_i = V_i / a_i. \quad (2)$$

При дискретному характері завдання ресурсів можуть мати місце співвідношення:

$$V_i \leq a_{i \min} \times b_{i \max},$$

$$V_i \leq a_{i \max} \times b_{i \min}.$$

Таким чином, при такій постановці для роботи R_i ендогенними є параметри

$\mu_i = (x_i, y_i, a_i)$. Далі вважаємо записи $R_i = R_i(\mu_i)$ еквівалентними. Очевидно, безліч робіт R_j , безпосередньо наступних за R_i , може складатися більш ніж з одного елемента: $j \in \{1, 2, \dots, J\}$, $1 \leq j \leq N$, $i \neq j$. Позначимо безліч індексів таких робіт через I_i^j .

Таким чином, завдання оптимального розподілу ресурсів в представленій постановці є завдання розміщення N прямокутників без накладень один на одного в прямокутній області розміщення R_0 так, щоб

$$T_R \times L_R \rightarrow \min_{\mu \in D \subset E^{3N}}, \quad (3)$$

де L_R , T_R – ширина і довжина прямокутної області розміщення R_0 відповідно, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$, $D \subset E^{3N}$ – область допустимих рішень, що виділяється системою обмежень на розміщення робіт наступного виду:

$$R_i \subset R_0, \quad (4)$$

$$\text{int } R_i \cap \text{int } R_j = \emptyset, \quad (5)$$

$$R_j \succ R_i, \quad j \in I_i^j, \quad (6)$$

$$a_i \in A_i, b_i \in B_i, \quad (7)$$

$$b_i = V_i / a_i, \quad i, j = \overline{1, N}, i \neq j. \quad (8)$$

Обмеження (4) визначає розміщення набору об'єктів R в R_0 (умова присутності кожної роботи в складі проекту), (5) є умова взаємного попарного неперетинання об'єктів (що забезпечує неможливість використання одного ресурсу двома роботами одночасно), (6) - умова часткової впорядкованості робіт, (7) - обмеження на величину ресурсів робіт, (8) - умова збереження обсягу роботи.

Завдання по суті (і за загальноприйнятою методикою рішення) є двукритеріальною і може бути представлена у вигляді послідовності двох однокритеріальних завдань виду

$$T_R \rightarrow \min_{\mu \in D_1 \subset E^{2N+1}}, \quad (9)$$

$$L_R \rightarrow \min_{\mu \in D_2 \subset E^{2K+1}}, \quad (10)$$

де підобласть D_1 області допустимих рішень D у задачі (9) задається без обмеження на величину L_R (або L_R враховується достатньо великою), підобласть D_2 виділяється обмеженнями виду (4 - 8) з фіксованими значеннями величини L_R і параметрів розміщення безлічі об'єктів розміщення, що моделюють критичні [72] операції, які отримані в результаті рішення задачі (9), K – кількість некритичних операцій.

При вирішенні завдань (9), (10) параметри a_i , $i = \overline{1, N}$, фіксовані. При цьому критерій (10) може бути представлений у вигляді:

$$\Delta L_R \rightarrow \min_{\mu \in D_2 \subset E^{2K+1}}, \quad (11)$$

$$\text{де} \quad \Delta L_R = \max_{t \in \{1, 2, \dots, T_R\}} L_t - L_{t-1}, \quad (12)$$

що в термінах основного завдання дослідження є еквівалентним поданням. Отже, в загальному випадку необхідно побудувати оптимальний календарний графік $G(T_R, \Delta L_R)$ проекту R , де T_R - загальний час виконання проекту, $\Delta L_R = \max_{t \in \{1, 2, \dots, T_R\}} L_t - L_{t-1}$.

Якщо параметри проекту, отримані в результаті рішення задач (9), (11), є такими, що на проект можливе виділення додаткових ресурсів за умови забезпечення якнайшвидшого виконання проекту, виникає третє завдання виведення проекту на максимально інтенсивний режим виду

$$T_R \rightarrow \min_{\mu \in D_3 \subset E^{3K_1+2K+1}}, \quad (13)$$

причому метричні характеристики об'єктів, що моделюють критичні операції $R_k, k = \overline{1, K_1}$, є змінними, $K + K_1 = N$.

2. Аналітичний опис основних обмежень задачі (3-8)

Розглянемо аналітичний опис обмежень (4 – 6). Умова розміщення (4) набору об'єктів R_i , в області R_0 , з урахуванням (7) задається системою $F^n(u_i, a_i, m_0) \geq 0, i = \overline{1, N}$, нелінійних нерівностей з функціями лівих частин виду

$$F^n(v_i, a_i, m_0) = \{x_i; z - x_i - a; y_i, W - y_i - \frac{S_i}{a_i}; -a_i + a_{i \max}; a_i - a_{i \min}\} \quad (14)$$

Умова взаємного неперетинання (5) задається набором $F_n(u_i, u_j, a_i, a_j) \geq 0$ нелінійних нерівностей з функціями лівих частин виду

$$F_n(u_i, u_j, a_i, a_j) = \{x_j - x_i - a_i; y_j - y_i - S_i / a_i; x_i - x_j - a_j; y_i - y_j - S_j / a_j\}, \\ i, j = \overline{1, N}, i \neq j. \quad (15)$$

Умова часткового упорядкування (6) представляється у вигляді системи лінійних нерівностей

$$x_j - x_i - a_i \geq 0, j \in I_i^j, i, j = \overline{1, N}, i \neq j. \quad (16)$$

При цьому можливі (виходячи з практики календарного планування) два підходи. Якщо умова «робота R_j слід безпосередньо після роботи R_i », є обов'язковим, то в (16) відповідне обмеження є строгим рівністю, в іншому випадку умова (16) означає, що «робота R_j повинна бути виконана не раніше закінчення роботи R_i ». Далі буде показано, що наявність або відсутність умови (13) і його більш жорсткого аналога у вигляді рівності значно впливає на оцінку обчислювальної складності алгоритму розв'язання задачі.

Для вирішення сформульованої задачі оптимального розподілу ресурсів були застосовані запропоновані інструментальні засоби моделювання і розв'язання задачі розміщення прямокутних геометричних проектів із змінними метричними характеристиками.

3. Визначення оптимальної структури продукту інвестиційно-будівельного проекту

Завдання визначення оптимальної структури продукту інвестиційно-будівельного проекту необхідно включати як здатність виконувати пряму функцію попередження пожежі та її гасіння на початковій стадії розвитку, так і облік впливу продукту проекту на навколишнє середовище, яке носить невизначений або імовірнісний характер.

Екологічна ефективність продукту ІСП як складної організаційно-технічної системи визначається здатністю цієї системи протистояти негативному впливу можливих надзвичайних ситуацій на об'єкті на навколишнє середовище і людей.

Неможливість побудови універсальної системи безпеки визначає необхідність розробки системи безпеки для кожного типу об'єкта і вирішення проблеми оптимального розподілу обмежених ресурсів.

Для різних видів комерційної нерухомості, в тому числі складські термінали, екологічна ефективність в значній мірі визначається пожежною ефективністю, так як основним чинником, що призводить до ускладнення екологічної обстановки в регіоні, є пожежі та техногенні аварії, які супроводжуються пожежами. Дане властивість об'єкта визначається ефективністю функціонування системи забезпечення пожежної безпеки (СЗПБ).

Виділимо основні складові СЗПБ (рис. 4).

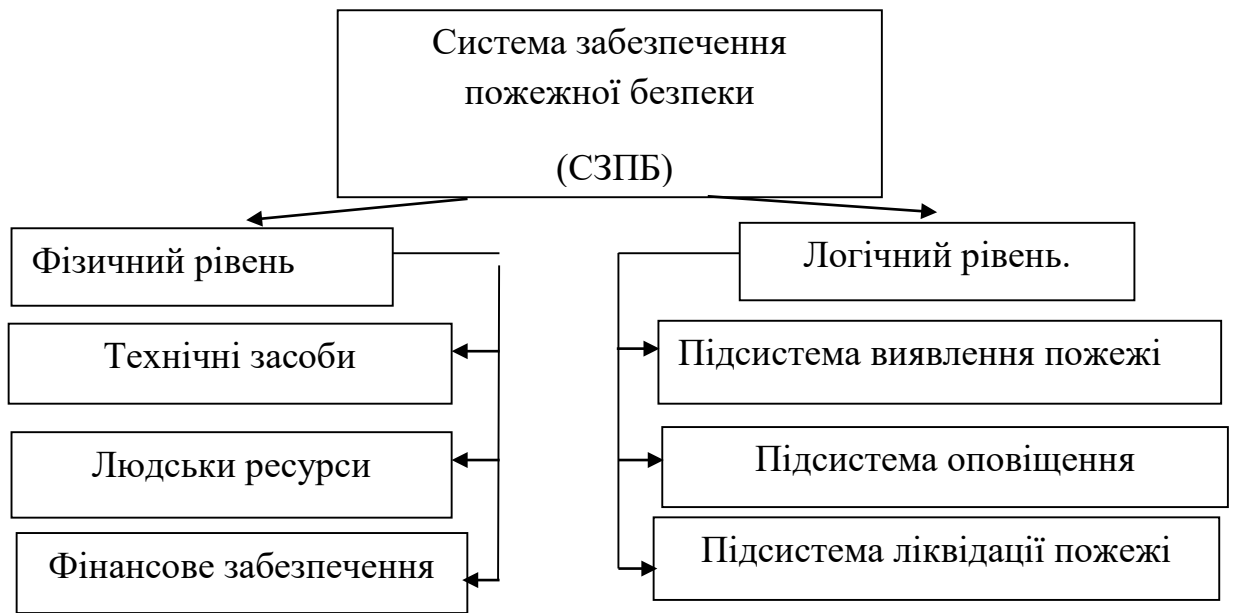


Рис. 4 – Структура СЗПБ промислового об'єкта

Така компонента системи забезпечення пожежної безпеки, як «технічні засоби», в більшості практичних застосувань включає технічні засоби автоматичного попередження (пожежна сигналізація): множина елементів $M^{АПС} = \{m_k^{СПС}\}_{k=1,2,\dots,K}$, і технічні засоби ліквідації пожежі (пожежна автоматика): множина елементів $M^{СЛП} = \{m_g^{СЛЛ}\}_{g=1,2,\dots,G}$, (рис.5).

Нехай саме ці кошти складають безліч M елементів $\{m_i\}_{i=1,2,\dots,I}$ структури системи забезпечення пожежної безпеки, тобто

$$M = M^{СПС} \cup M^{СЛП}, I = K + G.$$



Рис. 5 – Технічні засоби пожежної автоматики

Система пожежної сигналізації (СПС – це сукупність технічних засобів, призначених для виявлення пожежі, обробки і надання в заданому вигляді повідомлення про пожежу на об'єкті, що підлягає, спеціальної інформації, а також для видачі команд на включення автоматичних установок пожежогасіння і управління іншими технічними засобами.

Таким чином, безліч елементів СПС має вигляд::

$$M^{СПС} = M^{ПС} \cup M^{ПКП} \cup M^{ТЗП}.$$

Аналіз літературних джерел показав, що ефективність СПС визначається в основному ефективністю автоматичних пожежних сповіщувачів (ПС) - ефективністю елементів $M^{ПС}$.

Основні характеристики пожежних сповіщувачів, згідно, представлені на рис. 6.

В даний час на практиці застосовуються такі види ПП: теплові, димові (точкові), димові (лінійні), комбіновані, сповіщувачі полум'я.

Пріоритетними характеристиками ПП вважаються поріг виявлення $^{\circ}\text{C}$ (чутливість, дБ / м) і інерційність спрацьовування. Ці характеристики є функціями часу, тому в якості інтегральної характеристики приладу приймемо час від моменту виникнення пожежі до моменту спрацьовування СПС.

Таким чином, матриця ефективності $E^{\text{СПС}}$ системи $M^{\text{СПС}}$ має блочну структуру і ненульові елементи в рядках, які містять інформацію про елементи безлічі $M^{\text{ПС}}$.

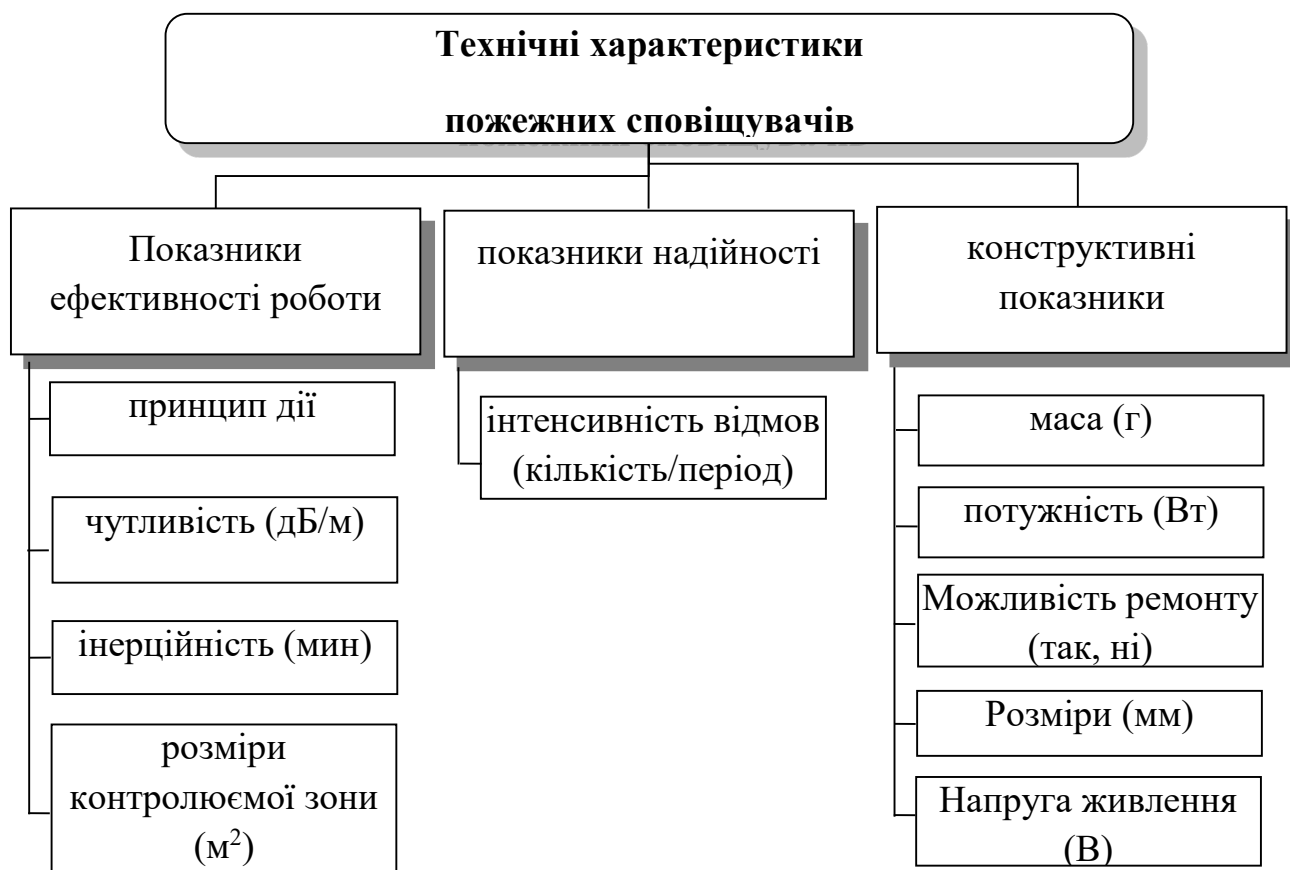


Рис. 6 – Основні характеристики пожежних сповіщувачів

Рекомендації щодо вибору виду пожежних сповіщувачів для захисту конкретного об'єкта в залежності від типу приміщення, яке захищається, і виду пожежної навантаження, представлені в ДБН В.2.5-56:2014. Цей нормативний документ визначає також схеми розміщення пожежних сповіщувачів в приміщеннях, які підлягають захисту, граничні значення контролюваної

площі для різних видів сповіщувачів, з урахуванням їх принципу дії і кращою геометрії на місці їх розміщення.

Висновки: на лекції було розглянуто проблему управління обмеженими ресурсами як багатовимірною багатокритеріальною задачею теорії дослідження операцій, наведено аналітичний опис основних обмежень задачі, визначена оптимальна структура продукту інвестиційно-будівельного проекту

Перелік контрольних питань.

19. Як подається графічна інтерпретація розподілу обмежених ресурсів .
20. Поясніть математичну модель оптимального розподілу ресурсів.
21. Як можна двукритеріальну задачу можна представити у вигляді послідовності двох однокритеріальних завдань.
22. Які існують підходи до послідовності виконання робіт при календарному плануванні.
23. Порядок визначення оптимальної структури продукту інвестиційно-будівельного проекту.

Завдання на самопідготовку:

Конспект лекцій.