



Державна служба України з надзвичайних ситуацій
Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля НУЦЗ України
Кафедра будівельних конструкцій

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА

Посібник до виконання
контрольних робіт

Черкаси, 2016

ББК 34.42 я73
УДК 42
С-88

Рецензент: **Осипенко В.І.** -- д.т.н., професор

Отрош Ю.А., Ступак Д.О.

С-88 Прикладна механіка: Посібник до виконання контрольних робіт з дисципліни «Технічна механіка». Для студентів, слухачів і курсантів вищих навч. закл., які навч. за напрямом підготовки 6.170203 «Пожежна безпека» та 6.170201 «Цивільний захист». / Упор. Отрош Ю.А., Ступак Д.О. – Черкаси: ЧПБ, - 2016. – 54 с.

ББК 34.42 я73
УДК 42
С-88
© Отрош Ю.А., Ступак Д.О.

© ЧПБ імені Героїв Чорнобиля
НУЦЗ України, 2016

Зміст

| | |
|--|----|
| Розрахунково-графічна робота №1. Визначення геометричних характеристик плоского поперечного перерізу | 4 |
| Розрахунково-графічна робота №2. Аналіз задачі розтягу-стискання прямолінійного стержня | 8 |
| Розрахунково-графічна робота №3. Аналіз напруженого плоского стану | 14 |
| Розрахунково-графічна робота №4. Аналіз задачі кручення прямолінійного стержня круглого поперечного перерізу | 27 |
| Розрахунково-графічна робота №5. Аналіз задачі згину консольної балки ... | 34 |
| Розрахунково-графічна робота №6. Аналіз задачі згину двохопорної балки. | 38 |

Розрахунково-графічна робота №1. Визначення геометричних характеристик плоского поперечного перерізу

Завдання

Для заданого поперечного перерізу, що складається з швелера, рівнобічного кутника, двотавра необхідно:

1. Визначити положення центру тяжіння.
2. Знайти осьові та відцентровий моменти інерції відносно довільних вісей, що проходять через центр тяжіння.
3. Визначити напрям головних центральних вісей.
4. Знайти моменти інерції відносно головних центральних вісей.
5. Накреслити переріз в масштабі 1:2 та вказати на ньому всі розміри в числах та всі віси.

Передостання цифра посвідчення – схема, остання – розміри.

| № з/п | Схема | № з/п | Схема | № з/п | Схема |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | | 2 | | 3 | |
| 4 | | 5 | | 6 | |
| 7 | | 8 | | 9 | |
| 0 | | | | | |

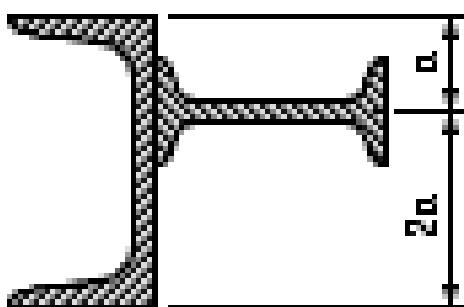
| N стр | Швеллер | Рівнобокий кутник | Двотавр |
|----------|---------|-------------------|---------|
| 1 | 14 | 80 x 80 x 8 | 12 |
| 2 | 16 | 80 x 80 x 6 | 14 |
| 3 | 18 | 90 x 90 x 8 | 16 |
| 4 | 20 | 90 x 90 x 7 | 18 |
| 5 | 22 | 90 x 90 x 6 | 20a |
| 6 | 24 | 100 x 100 x 8 | 20 |
| 7 | 27 | 100 x 100 x 10 | 22a |
| 8 | 30 | 100 x 100 x 12 | 22 |
| 9 | 33 | 125 x 125 x 10 | 24a |
| 0 | 36 | 125 x 125 x 12 | 24 |

Послідовність виконання

1. За табличними даними визначаємо геометричні характеристики прокату.
2. Креслимо схему перерізу в масштабі.
3. Визначаємо координати центру ваги перерізу.
4. Переносимо систему координат в центр ваги перерізу і розраховуємо сумарні осьові та відцентровий моменти інерції.
5. Визначаємо напрям головних осей перерізу і будуємо головні осі на схемі

Приклад виконання

Визначити напрям головних вісей та величини головних осьових моментів інерції для складного плоского поперечного перерізу.



Дано:
Швелер – 36;
Двотавр – 24а

Розв'язок:

1. За табличними даними визначаємо характеристики прокату:
Швелер

| № профіля | Висота, h, мм | Ширина, b, мм | Площа перерізу, A, см ² | I _x , см ⁴ | I _y , см ⁴ | z ₀ , см |
|-----------|---------------|---------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|
| 36 | 360 | 110 | 53.4 | 108200 | 513 | 2.68 |

Двотавр

| № профіля | Висота, h, мм | Ширина, b, мм | Площа перерізу, A, см ² | I _x , см ⁴ | I _y , см ⁴ |
|-----------|---------------|---------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 24а | 240 | 125 | 37.5 | 38000 | 260 |

2. Креслимо схему перерізу в масштабі, приймаємо систему координат.

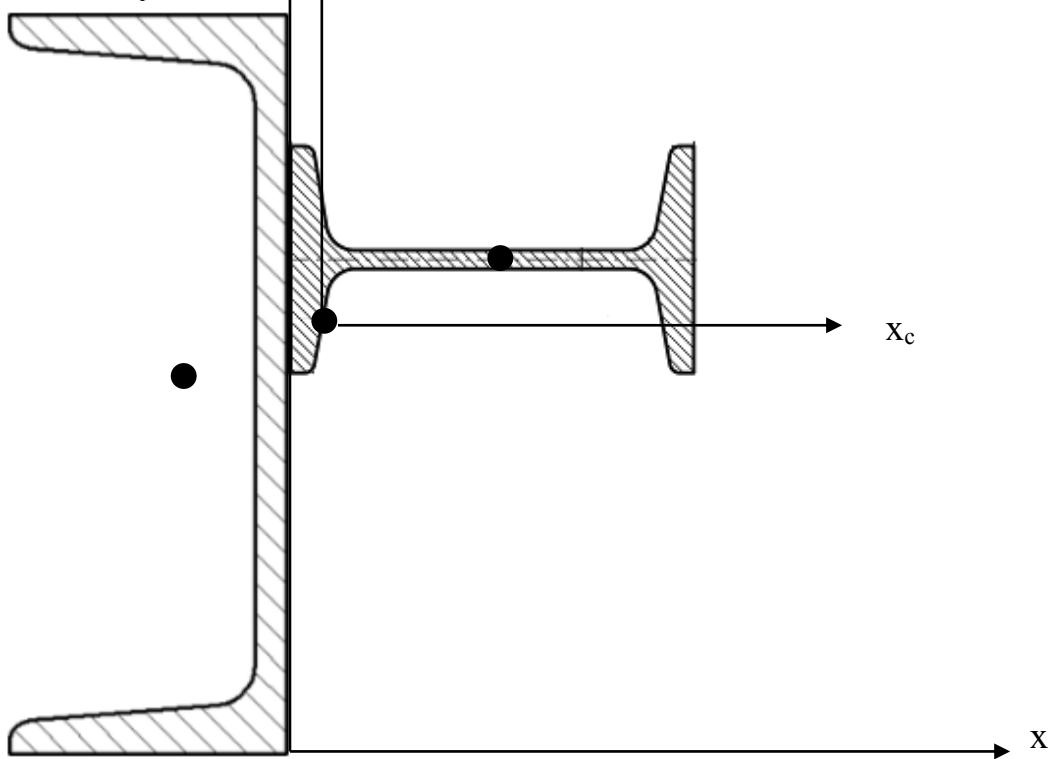
3. Визначаємо координати центрів ваги кожного профіля. Приймемо для характеристик швелера індекс 1, для характеристик двотавра – 2.

$$x_1 = -2.68 \text{ см}; y_1 = 18 \text{ см}; \\ x_2 = 12 \text{ см}; y_2 = 24 \text{ см};$$

4. Визначаємо координати центру ваги всього перерізу:

$$x_c = \frac{x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = \frac{-2.68 \cdot 53.4 + 12 \cdot 37.5}{53.4 + 37.5} = 3.37 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{y_1 \cdot A_1 + y_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = \frac{18 \cdot 53.4 + 24 \cdot 37.5}{53.4 + 37.5} = 20.47 \text{ см}.$$



5. Переносимо систему координат в центр ваги перерізу і визначаємо координати центрів ваги швелера і двотавра в новій системі координат \$x_c y_c\$.

$$x'_1 = x_1 - x_c = -2.68 - 3.37 = 6.05 \text{ см};$$

$$y'_1 = y_1 - y_c = 18 - 20.47 = -2.47 \text{ см};$$

$$x'_2 = x_2 - x_c = 12 - 3.37 = 8.63 \text{ см};$$

$$y'_2 = y_2 - y_c = 24 - 20.47 = 3.53 \text{ см}.$$

6. Застосовуючи теорему про паралельний перенос вісей, визначаємо значення значення осьових та відцентрових моментів інерції відносно центру ваги всього перерізу та визначаємо сумарні осові та відцентровий моменти інерції відносно вісей \$x_c\$ та \$y_c\$.

$$I'_{x1} = I_{x1} + (y'_1)^2 \cdot A_1 = 10820 + (-2.47)^2 \cdot 53.4 = 11145 \text{ см}^4;$$

$$I'_{y1} = I_{y1} + (x'_1)^2 \cdot A_1 = 513 + (6.05)^2 \cdot 53.4 = 2467 \text{ см}^4;$$

$$I'_{xy1} = I_{xy1} + (x'_1 \cdot y'_1) \cdot A_1 = 0 + (-2.47) \cdot 6.05 \cdot 53.4 = -798 \text{ см}^4;$$

$$I'_{x2} = I_{x2} + (y'_2)^2 \cdot A_2 = 260 + (3.53)^2 \cdot 37.5 = 727 \text{ см}^4;$$

$$I'_{y2} = I_{y2} + (x'_2)^2 \cdot A_2 = 3800 + (8.63)^2 \cdot 37.5 = 6593 \text{ см}^4;$$

$$I'_{xy2} = I_{xy2} + (x'_2 \cdot y'_2) \cdot A_2 = 0 + 3.53 \cdot 8.63 \cdot 37.5 = 1142 \text{ см}^4;$$

$$I_x = I'_{x1} + I'_{x2} = 11145 + 727 = 11872 \text{ см}^4;$$

$$I_y = I'_{y1} + I'_{y2} = 2467 + 6593 = 9060 \text{ см}^4;$$

$$I_{xy} = I'_{xy1} + I'_{xy2} = -798 + 1142 = 344 \text{ см}^4.$$

7. Напрям головних осей перерізу та їх величини визначається за формулами:

$$\operatorname{tg} 2\theta_{\text{ел}} = \frac{2 \cdot I_{xy}}{I_y - I_x} = \frac{2 \cdot 344}{9060 - 11872} = -0.2446;$$

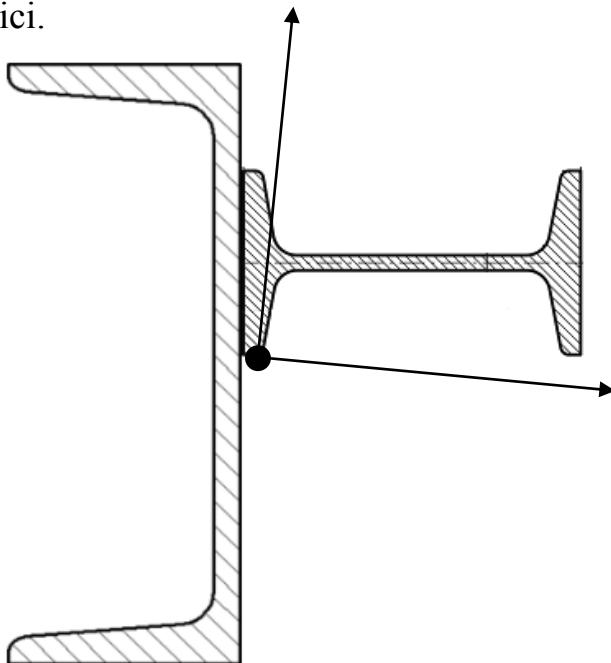
$$2\theta_{\text{ел}} = -13.75; \quad \theta_{\text{ел}} = -6.87^\circ$$

$$I_{1,2} = \frac{I_y + I_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_x}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} = \frac{9060 + 11872}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9060 - 11872}{2}\right)^2 + 344^2} = 10466 \pm 1447$$

$$I_1 = 10466 + 1447 = 11913 \text{ см}^4;$$

$$I_2 = 10466 - 1447 = 9019 \text{ см}^4.$$

8. Будуємо головні вісі.



Розрахунково-графічна робота №2. Аналіз задачі розтягу-стискання прямолінійного стержня

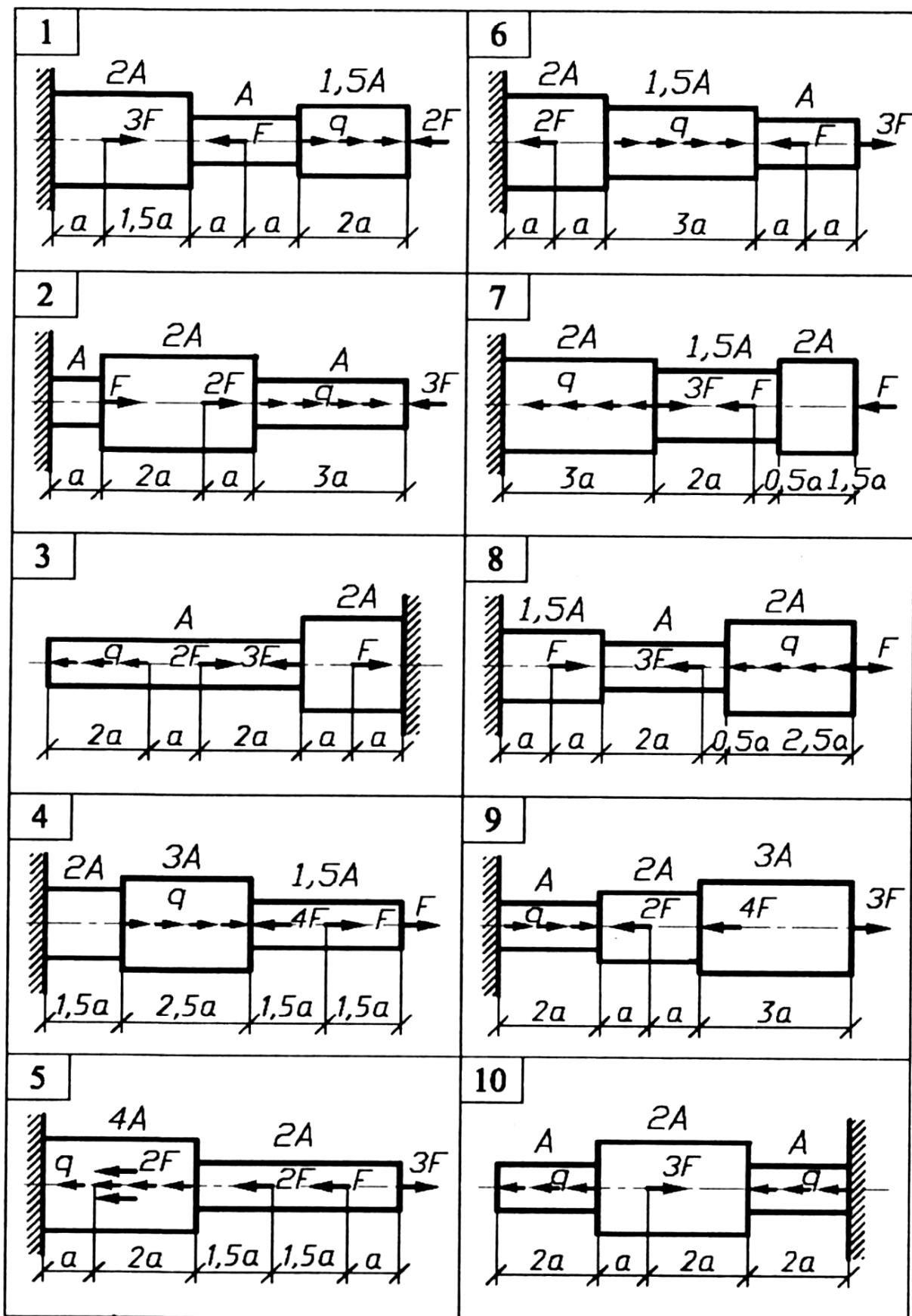
Завдання

Ступінчастий стальний стержень перебуває під дією сили F і розподіленого навантаження q . Матеріал стержня — низьковуглецева сталь. Модуль пружності сталі $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Побудувати:

- 1) епюру поздовжніх сил N по довжині стержня;
- 2) епюру нормальніх напружень по довжині стержня;
- 3) епюру деформацій від зовнішніх сил по довжині стержня.

Таблиця 1 – Початкові дані

| Варіант | Навантаження | | Довжина | Площа |
|---------|--------------|------------|---------|-------|
| | F , кН | q , кН/м | | |
| 1 | 30 | 15 | 20 | 3,5 |
| 2 | 25 | 10 | 32 | 3,5 |
| 3 | 20 | 12 | 24 | 3,2 |
| 4 | 15 | 14 | 26 | 3,0 |
| 5 | 17 | 16 | 28 | 2,8 |
| 6 | 23 | 11 | 30 | 3,3 |
| 7 | 27 | 13 | 18 | 3,6 |
| 8 | 32 | 9,0 | 16 | 3,8 |
| 9 | 36 | 7,0 | 17 | 4,0 |
| 0 | 40 | 8,0 | 20 | 4,5 |



Послідовність виконання

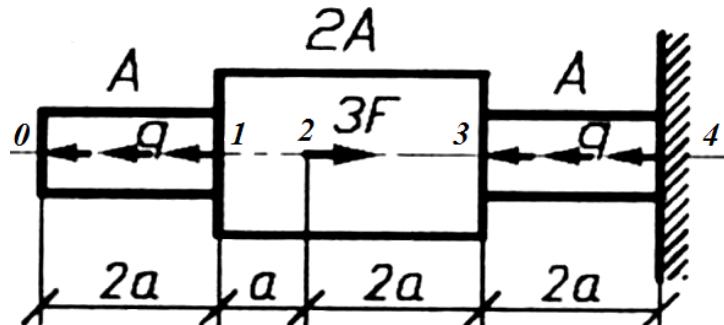
1. Креслиться розрахункова схема, на якій вказуються напрямлення зовнішніх сил та геометричні розміри стержня.
2. Визначаємо межі ділянок. Для кожної ділянки складаємо рівняння для визначення поздовжньої сили N .
3. Будується епюра поздовжніх сил від дії зовнішніх сил F та розподіленого навантаження q , за допомогою методу перерізів.
4. Будується епюра нормальних напружень.
5. Будується епюра абсолютнох переміщень.

Приклад виконання

Завдання:

Ступінчастий стальний стержень перебуває під дією сили F і розподіленого навантаження q . Матеріал стержня — низьковуглецева сталь. Модуль пружності сталі $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Побудувати:

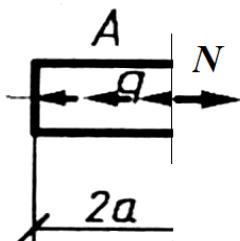
- 1) епюру поздовжніх сил N по довжині стержня;
- 2) епюру нормальних напружень по довжині стержня;
- 3) епюру деформацій від зовнішніх сил по довжині стержня.



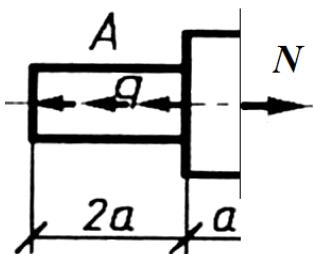
| Варіант | Навантаження | | Довжина | Площа |
|---------|--------------|------------|---------|-------|
| | F , кН | q , кН/м | | |
| 11 | 10 | 5 | 20 | 4 |

Розв'язок

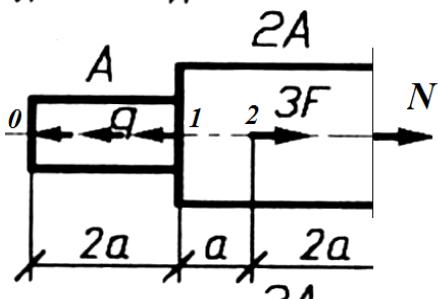
1. Будуємо розрахункову схему стержня, на якій позначаємо напрям, чи-сельне значення зовнішньої сили та геометричні розміри стержня.
2. Розділяємо стержень на ділянки характерними перерізами в місцях прикладання сил та в місцях зміни геометрії поперечного перерізу. Утворилося чотири ділянки — 0-1, 1-2, 2-3 і 3-4. Для кожної ділянки записуємо рівняння для визначення поздовжньої сили.



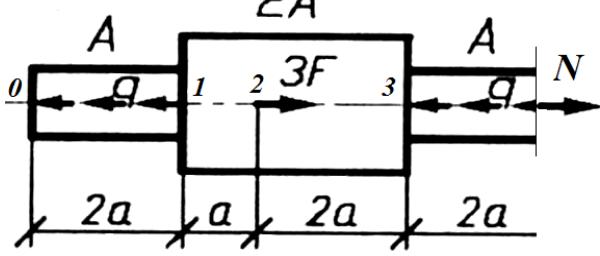
$$\begin{aligned}N &= qz \\m.0: z &= 0 \\N_0 &= 0 \text{ kH} \\m.1: z &= 0,4 \text{ м} \\N_1 &= 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ кН}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}N &= q \cdot 2 \cdot a \\m.1: z &= 0,4 \text{ м} \\N_1 &= 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ кН} \\m.2: z &= 0,6 \text{ м} \\N_2 &= 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ кН}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}N &= q \cdot 2 \cdot a - 3 \cdot F \\m.2: z &= 0,6 \text{ м} \\N_2 &= 5 \cdot 0,4 - 3 \cdot 10 = -28 \text{ кН} \\m.3: z &= 1,0 \text{ м} \\N_3 &= 5 \cdot 0,4 - 3 \cdot 10 = -28 \text{ кН}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}N &= q \cdot 2 \cdot a - 3 \cdot F + q \cdot (z - 5a) \\m.3: z &= 1,0 \text{ м} \\N_3 &= 5 \cdot 0,4 - 3 \cdot 10 + 5 \cdot (5 \cdot 0,2 - 5 \cdot 0,2) = -28 \text{ кН} \\m.4: z &= 1,4 \text{ м} \\N_4 &= 5 \cdot 0,4 - 3 \cdot 10 + 5 \cdot (7 \cdot 0,2 - 5 \cdot 0,2) = -26 \text{ кН}\end{aligned}$$

3. За отриманими значеннями будуємо епюру поздовжніх сил.

4. Побудуємо епюру нормальних напружень. Враховуючи лінійний характер епюри поздовжніх сил, епюра нормальних напружень теж буде лінійною. Отже можна визначити значення нормальних напружень для країв ділянок і отримати точки на епюрі, які потім з'єднати прямими лініями. Таким чином, визначаємо значення нормальних напружень країв ділянок:

- ділянка 0-1:

$$\sigma_0 = \frac{N_0}{A} = \frac{0}{4 \cdot 10^{-4}} = 0;$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \cdot 10^7 = 5 \text{ МПа};$$

- ділянка 1-2:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2 \cdot A} = \frac{2 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \cdot 10^7 = 2,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2 \cdot A} = \frac{2 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \cdot 10^7 = 2,5 \text{ МПа};$$

- ділянка 2-3:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2 \cdot A} = \frac{-28 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = -3,5 \cdot 10^7 = -35 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2 \cdot A} = \frac{-28 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = -3,5 \cdot 10^7 = -35 \text{ МПа};$$

- ділянка 3-4:

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{-28 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = -7 \cdot 10^7 = -70 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A} = \frac{-26 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = -6,5 \cdot 10^7 = -65 \text{ МПа};$$

Відмічаємо отримані точки на епюрі, з'єднуємо їх прямими лініями і таким чином будуємо епюру нормальних напружень. На епюрі видно, що найбільш напруженим є переріз в точці 3 на ділянці 34, такий переріз називається найбільш небезпечним перерізом.

Отже епюра нормальних напружень побудована, тобто друга частина задачі виконана.

6. Побудуємо епюру абсолютнох переміщень. На ділянках, де не діє розподілене навантаження, можна скористатися формулою Гука. На інших ділянках – інтегруванням.

$$\Delta l_{01} = \int_0^{0,4} \left(\frac{N_{01}}{E \cdot A} \right) dz = \int_0^{0,4} \left(\frac{q \cdot z}{E \cdot A} \right) dz = \frac{q \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot A} \Big|_0^{0,4} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 0,4^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

$$\Delta l_{12} = \frac{N_{12} \cdot l_{12}}{E \cdot 2A} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

$$\Delta l_{23} = \frac{N_{23} \cdot l_{23}}{E \cdot 2A} = \frac{-28 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = -7,0 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

$$\begin{aligned} \Delta l_{34} &= \int_1^{1,4} \left(\frac{N_{34}}{E \cdot A} \right) dz = \int_1^{1,4} \left(\frac{q \cdot 2 \cdot a - 3 \cdot F + q \cdot (z - 5 \cdot a)}{E \cdot A} \right) dz = \frac{(q \cdot 2 \cdot a - 3 \cdot F - q \cdot 5 \cdot a) \cdot z - q \cdot \frac{z^2}{2}}{E \cdot A} \Big|_1^{1,4} = \\ &= \frac{\left(-33 \cdot 10^3 \cdot 1,4 - 5 \cdot 10^3 \cdot \frac{1,4^2}{2} \right) - \left(-33 \cdot 10^3 \cdot 1,0 - 5 \cdot 10^3 \cdot \frac{1,0^2}{2} \right)}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = -19,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \end{aligned}$$

Побудову епюри переміщень розпочинають з точки закріплення. Оскільки стержень закріплений в точці 4, точка 4 залишиться нерухомою. Точка 3 отримає переміщення Δl_{34} . Кожна наступна ділянка буде зміщуватись з врахуванням деформації попередніх ділянок.

$$\Delta l_3 = \Delta l_{34} = -19,5 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

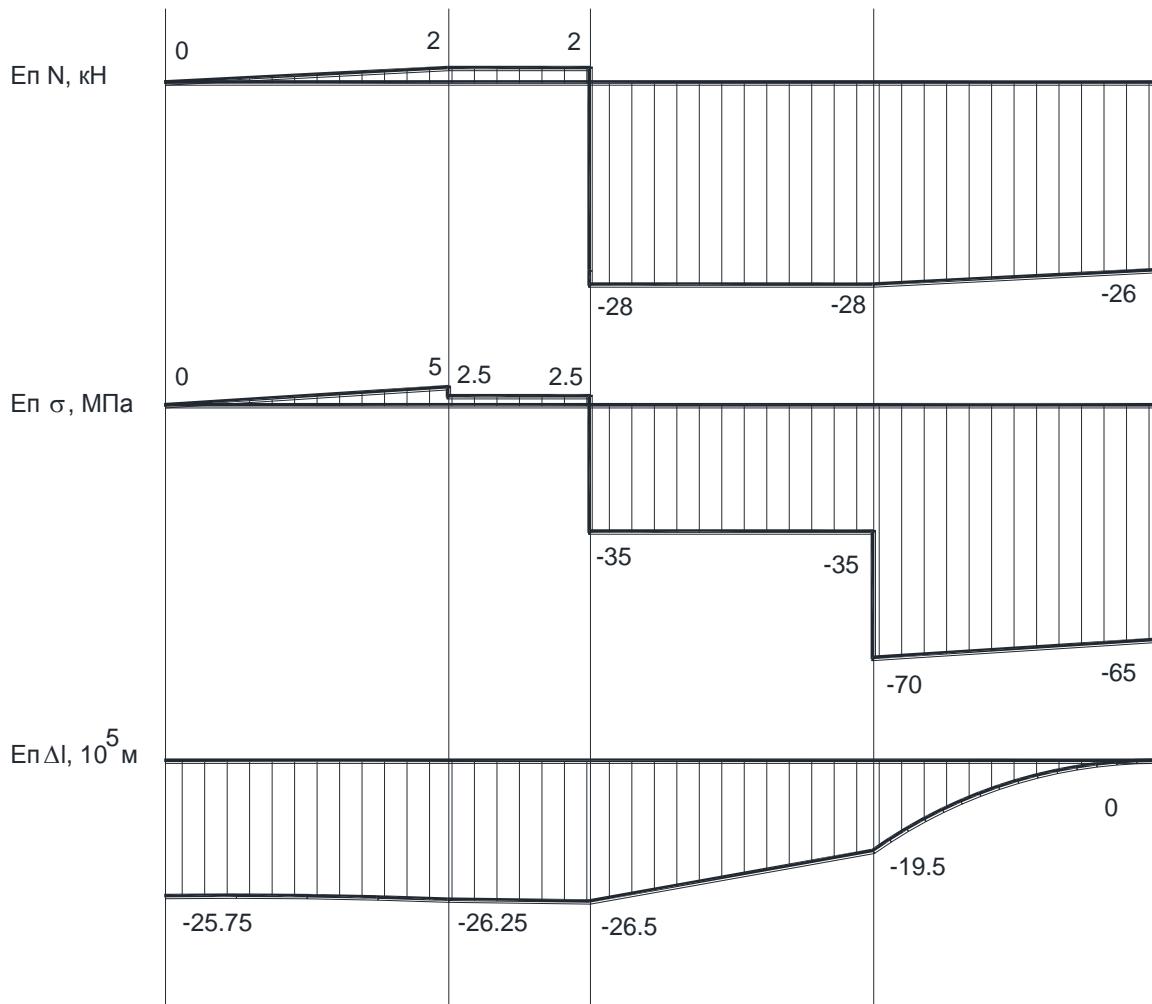
$$\Delta l_2 = \Delta l_{23} + \Delta l_{34} = -7 \cdot 10^{-5} - 19,5 \cdot 10^{-5} = -26,5 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_{12} + \Delta l_{23} + \Delta l_{34} = 0,25 \cdot 10^{-5} - 7 \cdot 10^{-5} - 19,5 \cdot 10^{-5} = -26,25 \cdot 10^{-5} \text{ м},$$

$$\Delta l_0 = \Delta l_{01} + \Delta l_{12} + \Delta l_{23} + \Delta l_{34} = 0,5 \cdot 10^{-5} + 0,25 \cdot 10^{-5} - 7 \cdot 10^{-5} - 19,5 \cdot 10^{-5} = -25,75 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

При побудові епюри враховуємо характер зміни деформацій на ділянці. Ділянка, що навантажена розподіленим навантаженням деформується непропорційно.

Таким чином епюра абсолютнох переміщень побудована.



Задача розв'язана.

Розрахунково-графічна робота №3. Аналіз напруженого плоского стану

Завдання

Елемент перебуває під дією зусиль, які створюють напруженій стан. Визначити аналітично і графічно:

- 1) головні напруження, а також положення головних площин;
- 2) нормальні та дотичні напруження для заданої площини, що розташована під кутом θ ;
- 3) максимальні дотичні напруження та положення площин, де вони діють.

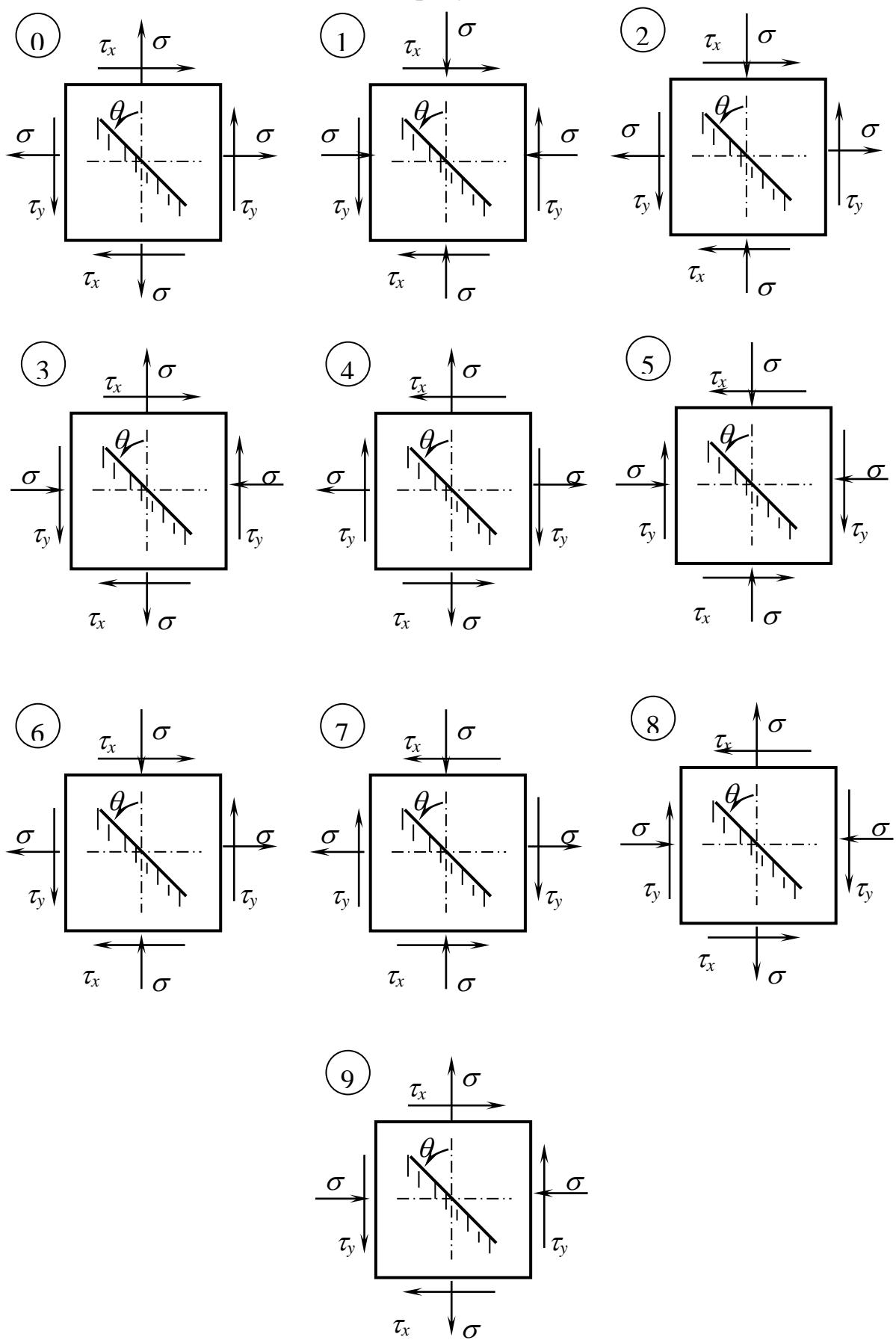
Перевірити міцність матеріалу за теоріями міцності.

Вихідні дані наведені у таблиці 2.

Таблиця 2 – Початкові дані

| № n/n | σ_x , МПа | σ_y , МПа | τ , МПа | θ° | Сталь |
|----------|---------------------|---------------------|-----------------|----------------|-------|
| 0 | 100 | 150 | 100 | 45 | ст. 5 |
| 1 | 80 | 50 | 30 | 75 | ст. 3 |
| 2 | 70 | 60 | 40 | 60 | ст. 4 |
| 3 | 50 | 30 | 30 | 120 | 45 |
| 4 | 90 | 90 | 80 | 150 | 40 |
| 5 | 70 | 70 | 70 | 30 | 35 |
| 6 | 30 | 30 | 30 | -30 | 20 |
| 7 | 60 | 50 | 40 | -60 | 45 |
| 8 | 75 | 40 | 20 | -75 | ст. 2 |
| 9 | 30 | 20 | 10 | -30 | 40 |

Розрахункові схеми



Послідовність виконання

1. Креслиться розрахункова схема у вигляді елементу, на гранях якого наносяться задані напруження, а також позначається кут повороту елементу, на гранях якого треба визначити напруження.
2. Проводиться розв'язок оберненої задачі аналізу напруженого стану, тобто знаходяться значення головних напружень та визначаються положення головних площинок аналітичним методом.
3. Визначаються напруження на гранях елементу, повернутого на кут θ .
4. Визначаються найбільші дотичні напруження, кути повороту площинок з найбільшими дотичними напруженнями, а також нормальні напруження, що діють на площинках з максимальними дотичними напруженнями.
5. Будується круг Мора.
6. За побудованим кругом Мора визначається все що необхідно визначити у задачі.
7. Перевіряється міцність матеріалу за гіпотезами міцності.

Приклад розв'язку

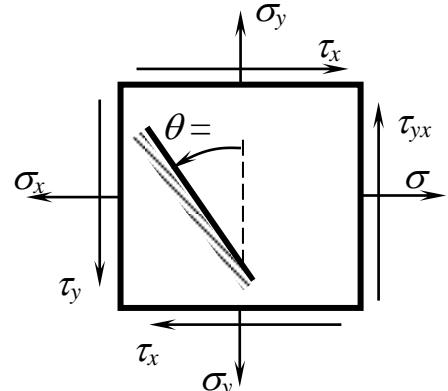
Умови задачі. Елемент перебуває під дією зусиль, які створюють напруженний стан. Визначити аналітично і графічно:

- 4) головні напруження, а також положення головних площин;
- 5) нормальні та дотичні напруження для заданої площини, що розташована під кутом θ ;
- 6) максимальні дотичні напруження та положення площин, де вони діють.

Перевірити міцність матеріалу за теоріями міцності.

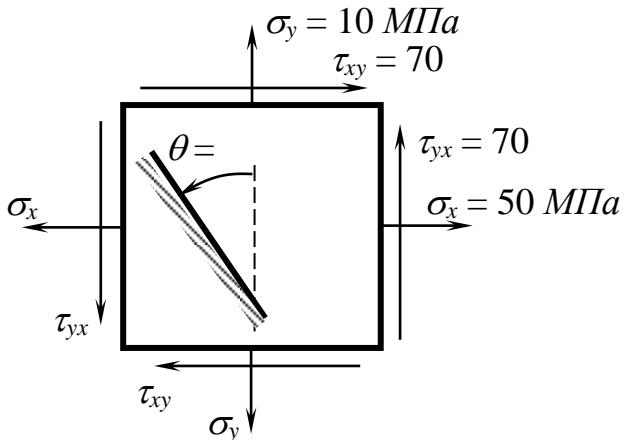
Відомі такі чисельні дані:

$$\sigma_x = 50 \text{ MPa}; \sigma_y = 40 \text{ MPa}; \tau_{yx} = 70 \text{ MPa}; \theta = 30^\circ, \text{Матеріал – Сталь 45}$$



Розв'язок

1. Побудуємо розрахункову схему елементу, на гранях якого позначимо величини і реальні напрямки напружень.



Враховуючи знаки напружень запишемо:

$$\sigma_x = 50 \text{ MPa}; \sigma_y = 40 \text{ MPa}; \\ \tau_{yx} = 70 \text{ MPa}; \tau_{xy} = 70 \text{ MPa}; \\ \theta = 30^\circ.$$

2. Знайдемо аналітично положення головних площинок, визначивши кут їх повороту за формулою:

$$\operatorname{tg} 2\theta_{\text{ел}} = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \cdot (-70)}{50 - 10} = 3.5$$

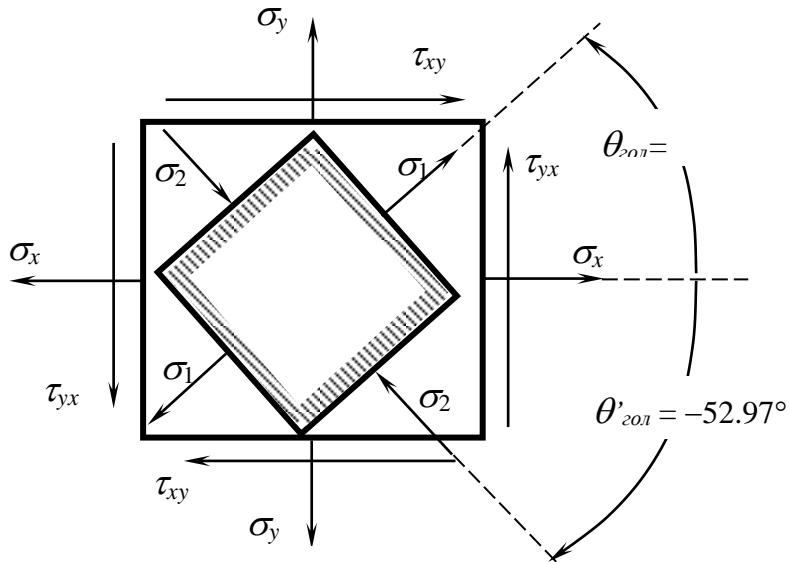
Взявши арктангенс, знайдемо: $2\theta_{\text{ел}} = 74.05^\circ$, тоді $\theta_{\text{ел}} = 37.03^\circ$. В межах кута повороту від 0 до 2π арктангенс дає два значення, що відрізняються між собою на кут π . Таким чином, маємо ще одне значення кута повороту $2\theta'_{\text{ел}} = 74.05^\circ - 180^\circ = -105.95^\circ$ або $\theta'_{\text{ел}} = 37.03^\circ - 90^\circ = -52.97^\circ$.

Головні напруження дорівнюють:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} = \frac{50 + 10}{2} + \sqrt{\left(\frac{50 - 10}{2}\right)^2 + (-70)^2} = 102.8 \text{ MPa}; \\ \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} = \frac{50 + 10}{2} - \sqrt{\left(\frac{50 - 10}{2}\right)^2 + (-70)^2} = -42.8 \text{ MPa}.$$

Для перевірки правильності результатів знайдемо головні напруження за іншою формuloю, використовуючи знайдені кути $2\theta_{\text{ел}} = -74.05^\circ$, $2\theta'_{\text{ел}} = 105.95^\circ$.

$$\sigma_1 = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta_{\text{ел}}}{2} - \tau_{yx} \sin 2\theta_{\text{ел}} = \frac{(50+10)}{2} + \frac{(50-10)\cos(74.05^\circ)}{2} - (-70)\sin(74.05^\circ) = \\ = 102.8 \text{ MPa};$$



$$\sigma_2 = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta'_{eon}}{2} - \tau_{yx} \sin 2\theta'_{eon} = \frac{(50+10)}{2} + \frac{(50-10)\cos(-105.95^\circ)}{2} - (-70)\sin(-105.95^\circ) \\ = -42.8 \text{ MPa};$$

Значення головних напружень збігаються, отже знайдені правильно і дорівнюють

$$\sigma_1 = 102.8 \text{ MPa}, \sigma_2 = -42.8 \text{ MPa}.$$

Положення головних площин і напрямки дії головних напружень показуємо на рисунку.

3. Знайдемо напруження на гранях елементу, повернутого на кут $\theta = 30^\circ$. Одна з площин елементу буде повернута на кут $\theta = 30^\circ$, тоді інша буде повернута на кут $\theta' = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$. Знаючи ці кути, можемо визначити напруження.

$$\sigma_\theta = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta}{2} - \tau_{yx} \sin 2\theta = \frac{(50+10)}{2} + \frac{(50-10)\cos(2 \cdot 30^\circ)}{2} - (-70)\sin(2 \cdot 30^\circ) = \\ = 100.62 \text{ MPa};$$

$$\tau_\theta = \frac{(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta}{2} + \tau_{yx} \cos 2\theta = \frac{(50-10)\sin(2 \cdot 30^\circ)}{2} + (-70)\cos(2 \cdot 30^\circ) = -17.68 \text{ MPa}$$

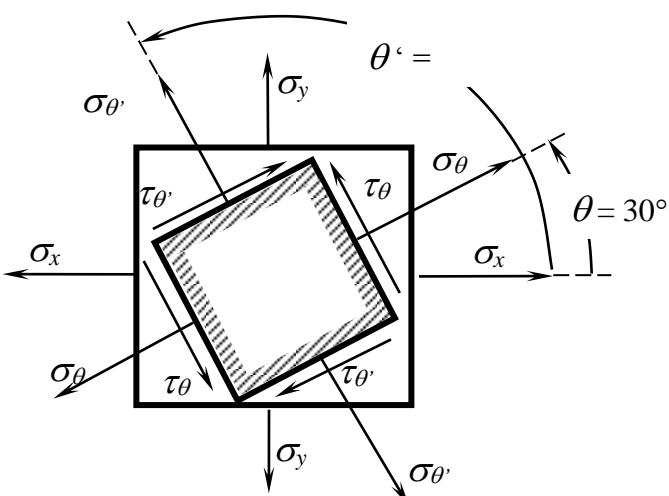
$$\sigma'_\theta = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta'}{2} - \tau_{yx} \sin 2\theta' = \\ = \frac{(50+10)}{2} + \frac{(50-10)\cos(2 \cdot 120^\circ)}{2} - (-70)\sin(2 \cdot 120^\circ) = -40.62 \text{ MPa};$$

$$\tau'_\theta = \frac{(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta'}{2} - \tau_{yx} \cos 2\theta' = \frac{(50-10)\sin(2 \cdot 120^\circ)}{2} - (-70)\cos(2 \cdot 120^\circ) = \\ = 17.68 \text{ MPa}$$

Перевірку можна здійснити, знаючи те, що сума нормальних напружень на суміжних гранях завжди залишається сталою, тобто

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_\theta + \sigma'^\theta, \text{ або } 50 + 10 = 100.62 + (-40.62) = 60 \text{ MPa}$$

Перевірка збігається, оскільки і справа і зліва даної рівності маємо по 60 MPa .



Перевірку дотичних напружень проводимо за законом парності дотичних напружень. Згідно з цим законом дотичні напруження на суміжних гранях мають однакові значення але різні за знаком, тобто $\tau_\theta = -\tau'_\theta$. Якщо порівняти отримані значення дотичних напружень, можна побачити, що закон парності виконується. Отже перевірка показує правильність отриманих результатів. Таким чином одержано:

$$\sigma_\theta = 100.62 \text{ MPa}; \tau_\theta = -17.68 \text{ MPa}; \sigma'_\theta = -40.62 \text{ MPa}; \tau'_\theta = 17.68 \text{ MPa}.$$

Положення площинок з напруженнями, значення яких були отримані подаюємо на схемі.

4. Знайдемо значення найбільших дотичних напружень:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{102.8 - (-42.8)}{2} = 72.8 \text{ MPa}$$

Положення площинок з максимальними дотичними:

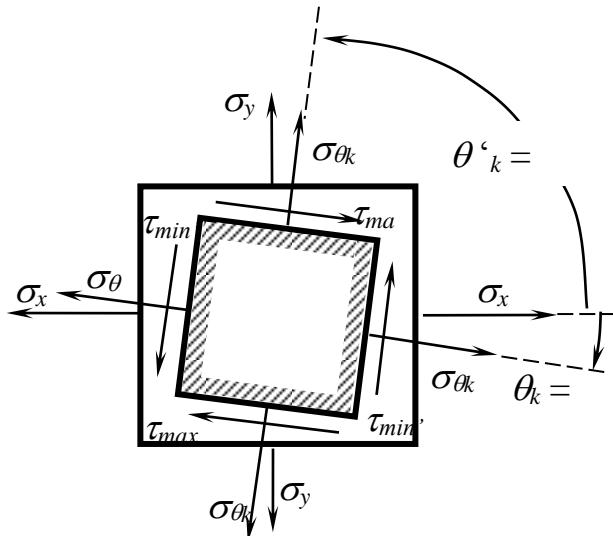
$$\operatorname{ctg} 2\theta_k = \frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(-70)}{50 - 10} = -3.5; \operatorname{tg} 2\theta_k = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{yx}} = \frac{50 - 10}{2(-70)} = -0.286$$

Знаходимо кут повороту площинки з максимальними дотичними напруженнями, взявши арктангенс, $2\theta_k = -15.95^\circ$, тоді $\theta_k = -7.97^\circ$. В межах кута повороту від 0 до 2π арктангенс дає два значення, що відрізняються між собою на кут π . Таким чином, маємо ще одне значення кута повороту $2\theta'_k = -15.95^\circ + 180^\circ = 164.05^\circ$ або $\theta'_k = -7.97^\circ + 90^\circ = 82.03^\circ$.

Нормальні напруження, що діють на площинках з максимальними дотичними напруженнями:

$$\sigma_{\theta_k} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{50 + 10}{2} = 30 \text{ MPa.}$$

Правильність знаходження кутів повороту площинок з максимальними дотичними напруженнями перевіряється через розгляд виконання умови, яка полягає у тім, що різниця між кутами повороту головних площинок і площинок з максимальними дотичними напруженнями повинна складати 45° . Отже

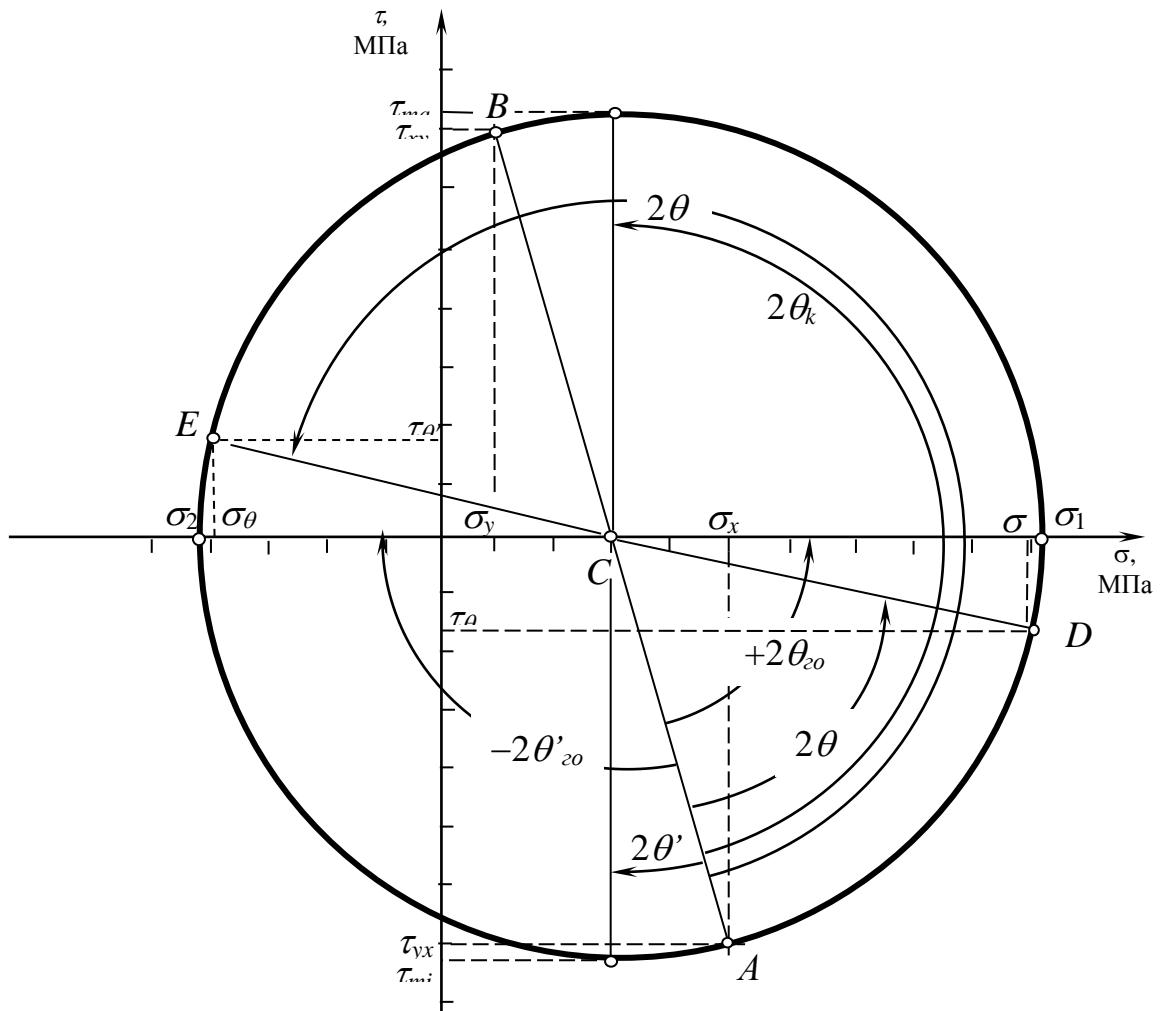


$\theta_{el} - \theta_k = 45^\circ$, або
 $37.03^\circ - (-7.97^\circ) = 45^\circ$. Перевірка збігається.

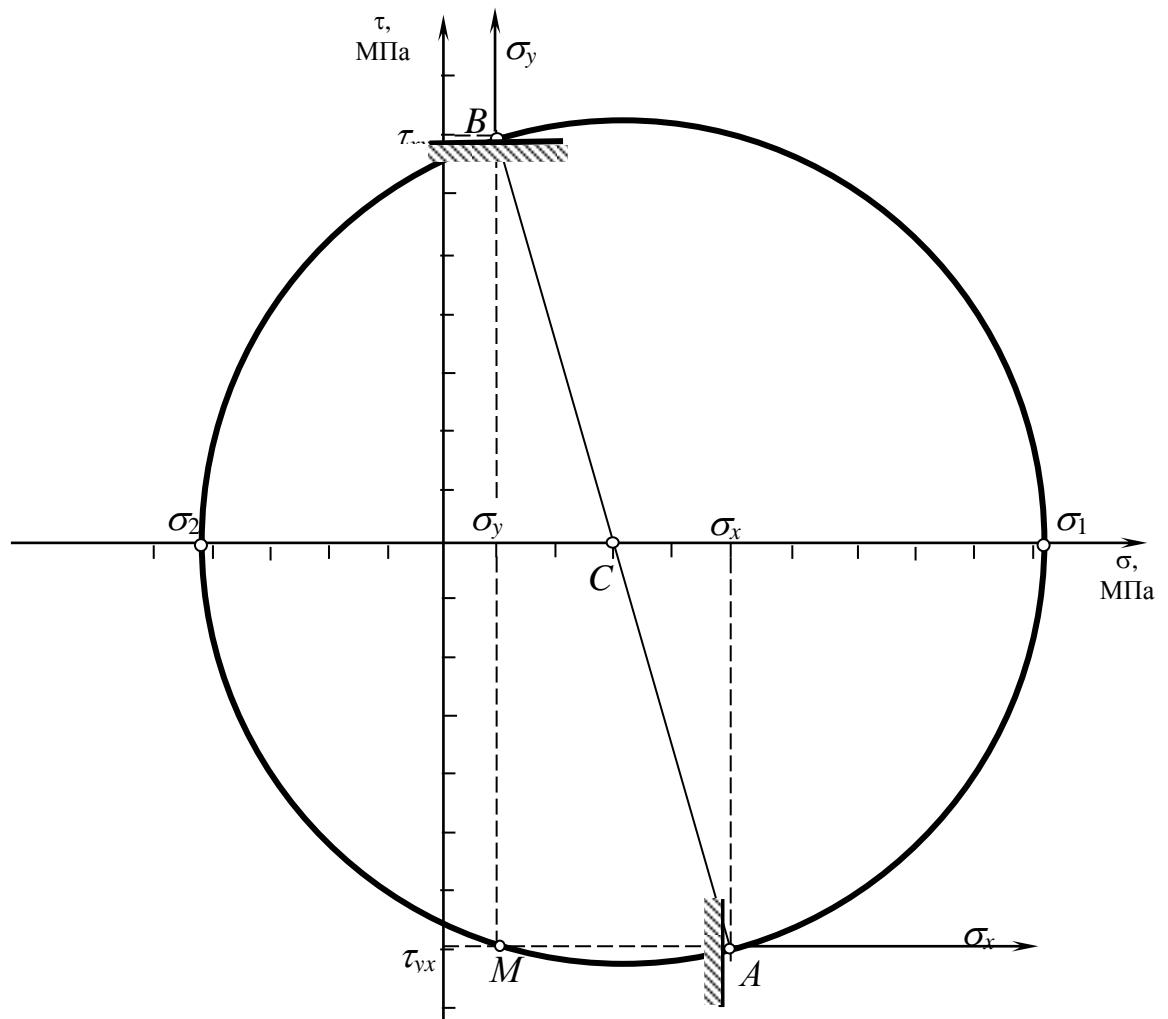
Таким чином, нами були визначені максимальні дотичні напруження, що дорівнюють $\tau_{max} = 72.8 \text{ MPa}$, та нормальні напруження на тих же площинках $\sigma_{\theta_k} = 30 \text{ MPa}$. Положення площинок з максимальними дотичними напруженнями показані на схемі.

На цьому аналітичний розв'язок даної задачі вважається закінченим.

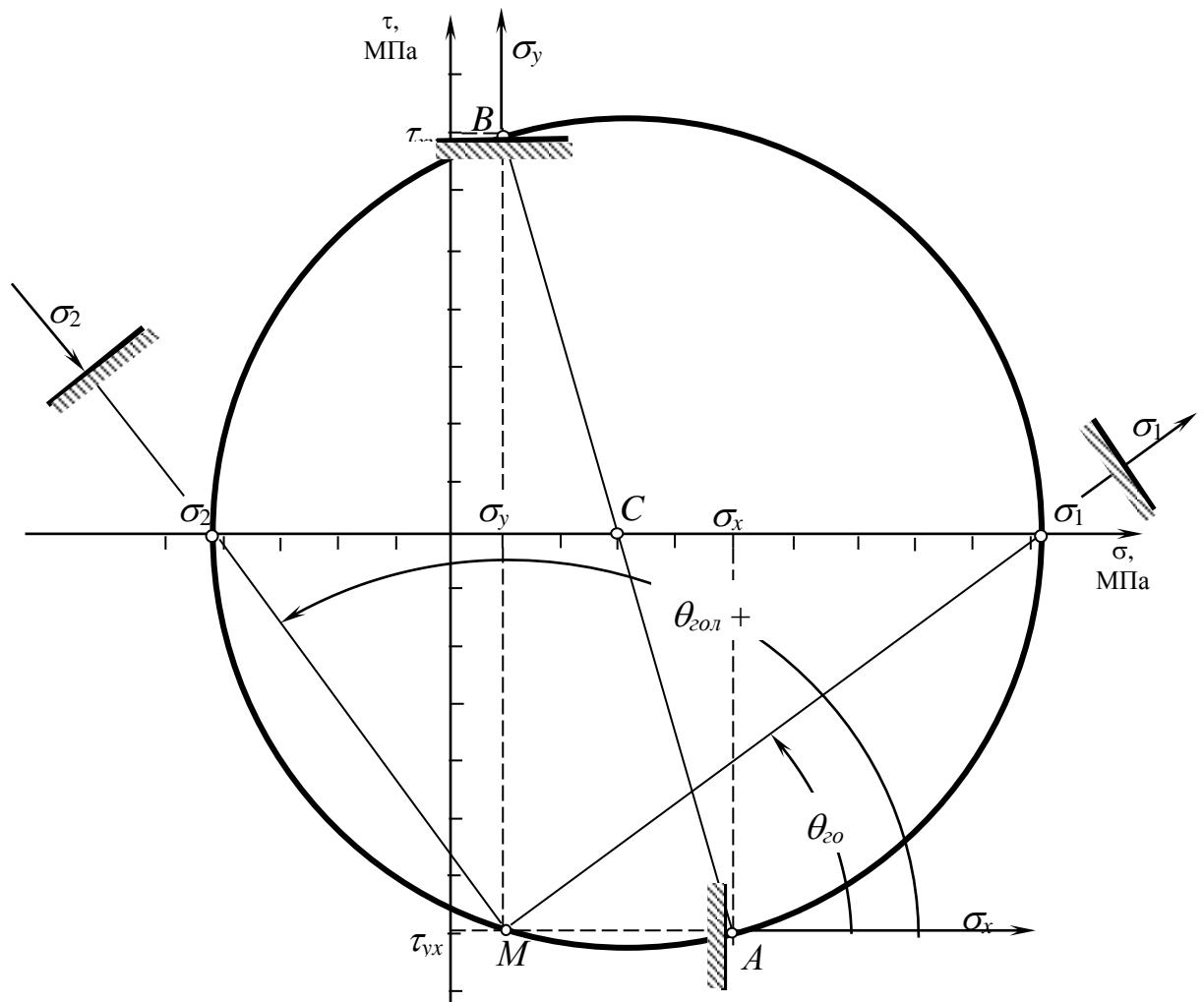
5. Обчислимо всі параметри, що необхідно визначити за умовами задачі, використовуючи коло Мора. Побудуємо коло Мора. Оскільки круг Мора та аналітичні розрахунки повністю незалежні, порівняння отриманих даних є кінцевою перевіркою результатів розв'язку задачі.



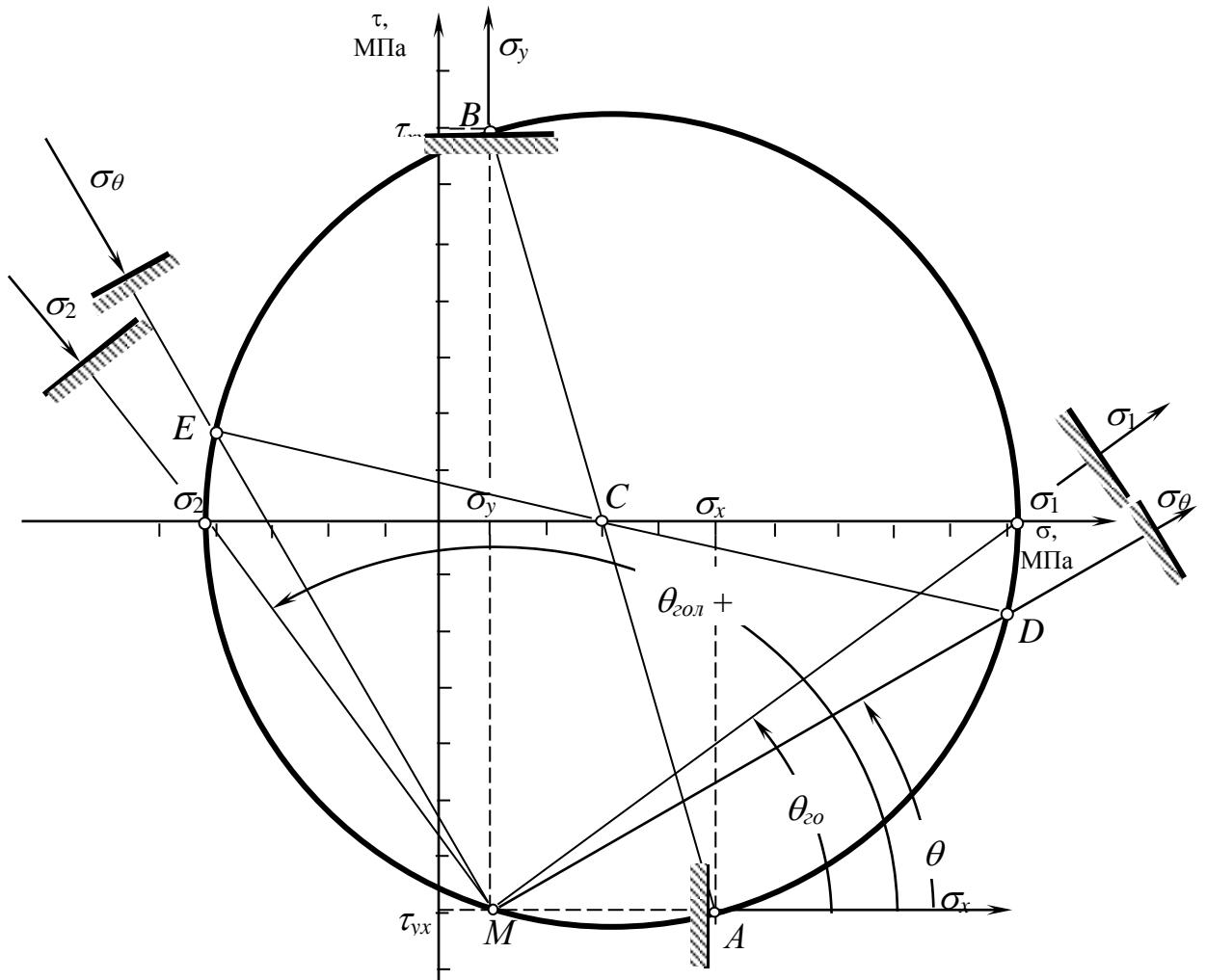
6. Поданий графічний розв'язок задачі за допомогою круга Мора дещо незручний внаслідок того, що приходиться мати справу з подвійними кутами. Становище покращується коли застосовується метод полюса. Знайдемо положення полюса M .



Використовуючи полюс, знайдемо положення головних площинок, з'єднавши полюс і точки перетину кола Мора с віссю абсцис.



Відкладаючи кут θ відносно напрямку σ_x з полюса М, проводимо лінію MD, що на колі Мора визначає положення точки D, координати якої є значеннями напружень на площинці, повернутій відносно вертикальної на кут θ та напруження на площинці, повернутій на кут $\theta + 90^\circ$.



Побудувавши вертикальний діаметр кола Мора, отримаємо положення точок F та G , ординати яких відповідають максимальним дотичним напруженням, а абсциси – нормальним напруженням, що діють на площинках з максимальними дотичними напруженнями. З'єднавши отримані точки з поясом, отримаємо напрямки дії нормальних напружень на площинках максимальними дотичними напруженнями та положення цих площинок. Кінцевий вигляд кола Мора зі всіма необхідними побудуваннями поданий на рисунку.

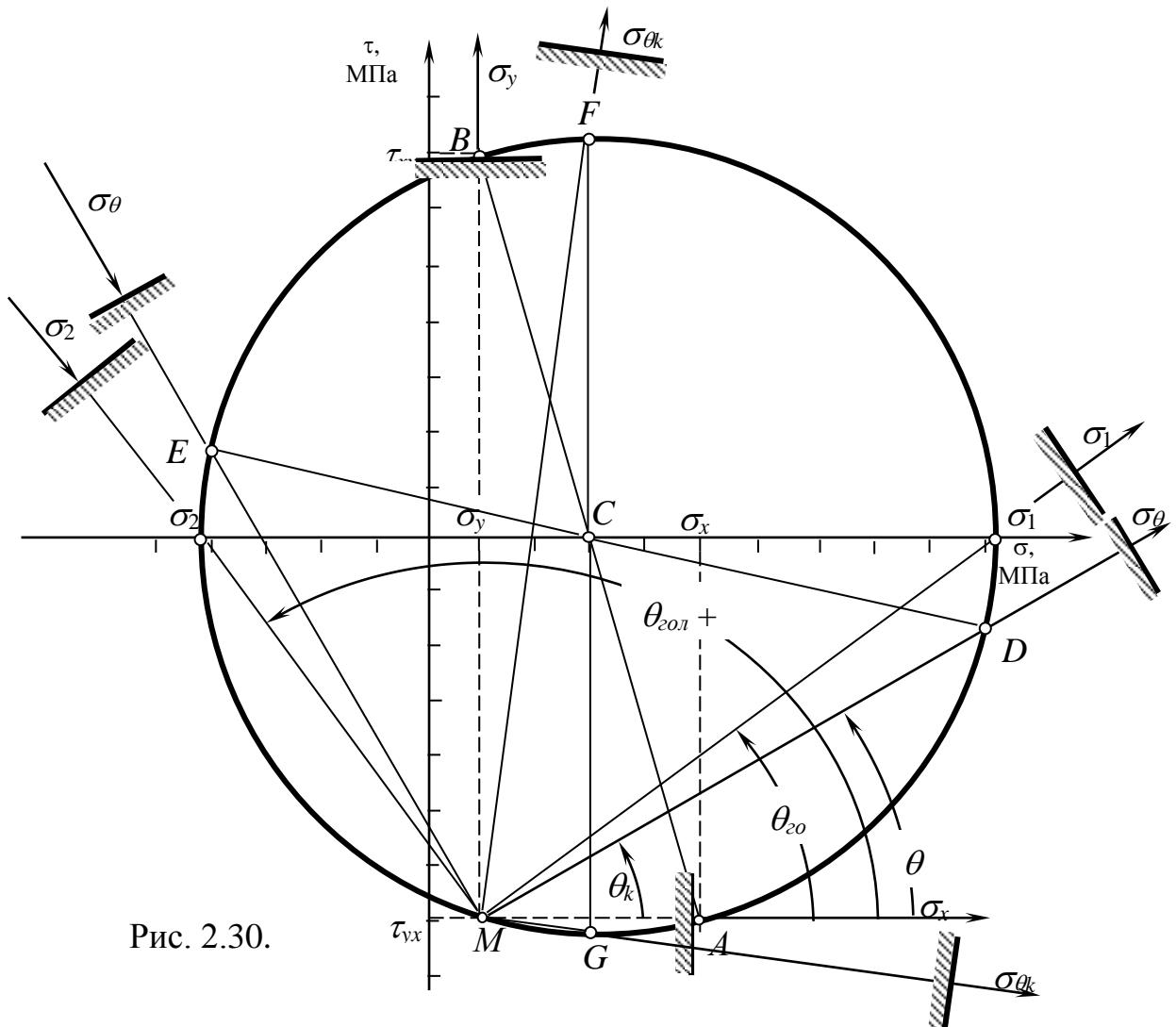


Рис. 2.30.

7. За теоріями міцності перевіримо міцність матеріалу, при цьому визначимо еквівалентні напруження.

За першою теорією міцності

$$\sigma_{\text{еквI}} = \sigma_1 = 102.8 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

За першою теорією міцності забезпечена.

За другою теорією міцності

$$\sigma_{\text{еквII}} = \sigma_1 - \mu \sigma_2 = 102.8 - 0.23 \cdot (-42.8) = 112.6 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

За другою теорією міцності забезпечена.

За третьою теорією міцності

$$\sigma_{\text{еквIII}} = \sigma_1 - \sigma_2 = 102.8 - (-42.8) = 145.6 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

За третьою теорією міцності забезпечена.

За четвертою теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}VI} = \sigma_1 - \nu \sigma_3 = 102.8 - 1 \cdot (-42.8) = 145.6 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

За четвертою теорією міцність забезпечена.

За п'ятою теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}V} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{102.8^2 - 102.8 \cdot (-42.8) + (-42.8)^2} = 129.6 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}.$$

За п'ятою теорією міцність забезпечена.

Таким чином за всіма теоріями міцність забезпечена.

Розрахунково-графічна робота №4. Аналіз задачі кручення прямолінійного стержня круглого поперечного перерізу

Завдання

Визначити величину та напрямок крутного моменту M_4 . Побудувати епюру крутних моментів, визначити діаметри окремих ділянок валу за умовами міцності на кручення для суцільного та трубчастого валів. Порівняти ваги цих валів. Коефіцієнт $\alpha = d/D$, де D , d – зовнішній та внутрішній діаметри трубчастого валу.

Визначити кут закручування валу між опорами.

Вихідні дані наведені у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

| № n/n | M_1 , кНм | M_2 , кНм | M_3 , кНм | $[\tau]$, МПа | a, м | α |
|-------|-------------|-------------|-------------|----------------|------|----------|
| 0 | 4 | 15 | 5 | 80 | 2 | 0.34 |
| 1 | 6 | 16 | 7 | 80 | 1.5 | 0.25 |
| 2 | 8 | 17 | 11 | 100 | 1.75 | 0.5 |
| 3 | 10 | 18 | 15 | 100 | 2.2 | 0.6 |
| 4 | 12 | 14 | 7 | 80 | 2.5 | 0,475 |
| 5 | 9 | 12 | 4 | 80 | 3 | 0.4 |
| 6 | 5 | 11 | 5 | 100 | 1.5 | 0.75 |
| 7 | 7 | 10 | 12 | 100 | 1.75 | 0.8 |
| 8 | 11 | 15 | 9 | 100 | 2 | 0.9 |
| 9 | 13 | 13 | 8 | 80 | 2.3 | 0.7 |

Розрахункові схеми до задачі № 3 зображені на рис. 4.1.

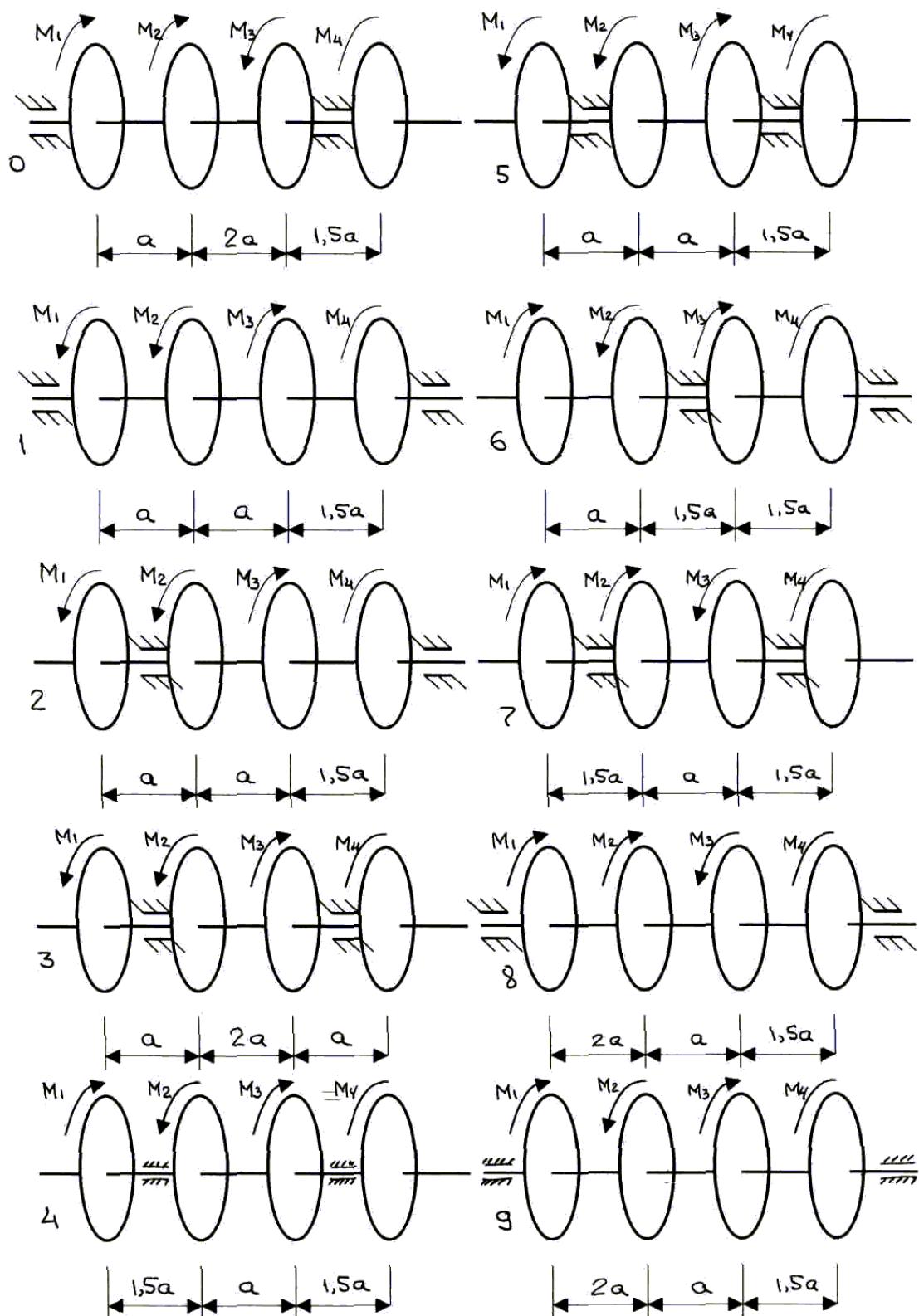


Рис.4.1. Схеми дл розрахунково-графічної роботи №4

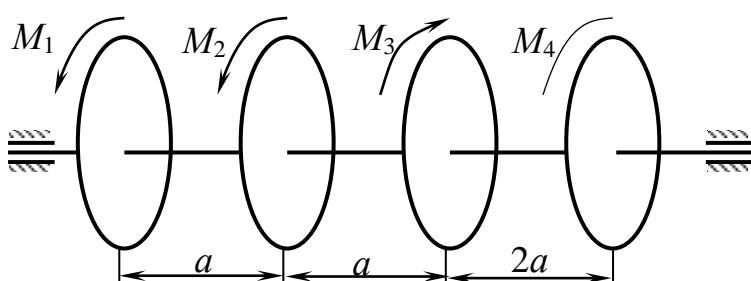
Послідовність виконання

1. Креслиться розрахункова схема до задачі, на якій позначаються напрямок та значення крутних моментів.
2. Визначається крутний момент M_4 за умовою рівноваги.
3. Будується епюра крутних моментів за допомогою метода перерізів.
4. Визначається діаметр суцільного валу на всіх навантажених ділянках.
5. Визначається зовнішній та внутрішній діаметри валу кільцевого перерізу.
6. Визначається кути повороту окремих ділянок стержня і будується епюра кутів закручування.
7. Визначається кут повороту між опорами (вважається, що опори знаходяться точно посередині ділянок).

Приклад виконання

Умови задачі: Визначити величину та напрямок крутного моменту M_4 . Побудувати епюру крутних моментів, визначити діаметри окремих ділянок стержня за умовами міцності на кручення для круглого та кільцевого перерізів. Коефіцієнт $\alpha = d/D$, де D , d – зовнішній та внутрішній діаметри трубчастого валу. Визначити кут закручування валу між опорами.

Розрахункова схема стержня подана на рисунку.

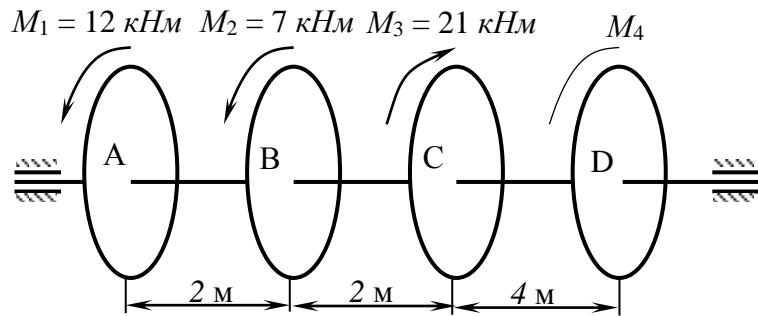


Чисельні дані до задачі

$$\begin{aligned} M_1 &= 12 \text{ кНм}; & M_2 &= 7 \text{ кНм}; \\ M_3 &= 21 \text{ кНм}; & a &= 2 \text{ м}; \\ \alpha &= 0.7; & [\tau_{\text{кр}}] &= 100 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Розв'язок

1. На початку розвязку задачі креслимо розрахункову схему, позначивши на неї зовнішні зусилля і геометричні розміри стержня. На розрахунковій схемі виділяємо характерні точки в місцях прикладення моментів.



2. Визначимо момент M_4 , користуючись умовою рівноваги і враховуючи правило знаків – момент, що крутить за годинниковою стрілкою є додатнім.

$$\sum_i M_{kp_i} = 0$$

$$\sum_i M_{kp_i} = -M_1 - M_2 + M_3 + M_4 = 0$$

$$M_4 = M_1 + M_2 - M_3 = 12 + 7 - 21 = 2 \text{ кНм}$$

Момент M_4 крутить за годинниковою стрілкою, оскільки значення моменту отримано додатнім. Отже момент $M_4 = 2 \text{ кНм}$.

3. Побудуємо епюру крутних моментів, почергово застосовуючи метод перерізів для кожної ділянки.

ділянка АВ:

$$M_{AB} = -M_1 = -12 \text{ кНм}$$

ділянка ВС:

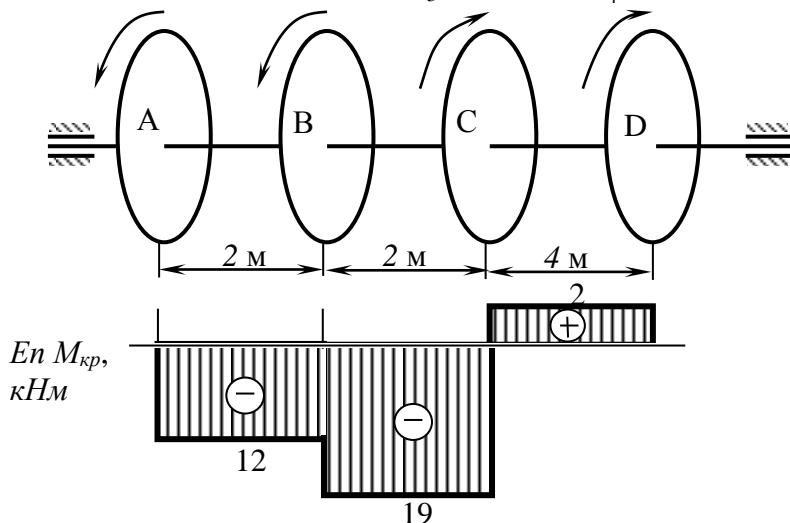
$$M_{BC} = -M_1 - M_2 = -12 - 7 = -19 \text{ кНм}$$

ділянка СD:

$$M_{CD} = -M_1 - M_2 + M_3$$

$$M_{CD} = -12 - 7 + 21 = 2 \text{ кНм}$$

$$M_1 = 12 \text{ кНм} \quad M_2 = 7 \text{ кНм} \quad M_3 = 21 \text{ кНм} \quad M_4 = 2 \text{ кНм}$$



4. Визначимо діаметри ділянок стержня із круглим поперечним перерізом, за формулою:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{kp}}{0.2 \cdot [\tau_{kp}]}}$$

де M_{kp} – крутний момент, який визначається за епюрою на даній ділянці. У формулу підставляється абсолютне значення (модуль) крутного моменту. Таким чином визначаємо діаметри всіх ділянок стержня.

Ділянка AB

$$d_{AB} = \sqrt[3]{\frac{M_{AB}^{kp}}{0.2 \cdot [\tau_{kp}]}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0.0843 \text{ м} = 84.3 \text{ мм.}$$

Ділянка BC

$$d_{BC} = \sqrt[3]{\frac{M_{BC}^{kp}}{0.2 \cdot [\tau_{kp}]}} = \sqrt[3]{\frac{19 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0.0983 \text{ м} = 98.3 \text{ мм.}$$

Ділянка CD

$$d_{CD} = \sqrt[3]{\frac{M_{CD}^{kp}}{0.2 \cdot [\tau_{kp}]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0.0464 \text{ м} = 46.4 \text{ мм}$$

Таким чином, отримані такі значення діаметрів на ділянках стержня: $d_{AB} = 84.3 \text{ мм}$, $d_{BC} = 98.3 \text{ мм}$, $d_{CD} = 46.4 \text{ мм}$.

5. Визначимо зовнішні діаметри ділянок стержня із кільцевим поперечним перерізом за формулою:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{kp}}{0.2 \cdot [\tau_{kp}] \cdot (1 - \alpha^4)}}$$

де α – коефіцієнт, який визначається як відношення внутрішнього діаметра до зовнішнього діаметра кільцевого поперечного перерізу

$$\alpha = d/d_0.$$

Ділянка AB

$$d_{AB} = \sqrt[3]{\frac{M_{AB}^{kp}}{0.2 \cdot (1 - \alpha^4) \cdot [\tau_{kp}]}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 10^3}{0.2 \cdot (1 - 0.7^4) \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0.0924 \text{ м} = 92.4 \text{ мм.}$$

Ділянка BC

$$d_{BC} = \sqrt[3]{\frac{M_{BC}^{kp}}{0.2 \cdot (1 - \alpha^4) \cdot [\tau_{kp}]}} = \sqrt[3]{\frac{19 \cdot 10^3}{0.2 \cdot (1 - 0.7^4) \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0.1077 \text{ м} = 107.7 \text{ мм.}$$

Ділянка CD

$$d_{CD} = \sqrt[3]{\frac{M_{CD}^{kp}}{0.2 \cdot (1 - \alpha^4) \cdot [\tau_{kp}]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3}{0.2 \cdot (1 - 0.7^4) \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0.0508 \text{ м} = 50.8 \text{ мм}$$

Таким чином, отримані такі значення зовнішніх діаметрів на ділянках стержня: $d_{AB} = 92.4 \text{ мм}$, $d_{BC} = 107.7 \text{ мм}$, $d_{CD} = 50.8 \text{ мм}$.

6. Побудуємо епюру кутів закручування для стержня круглого поперечного перерізу за формулою:

$$\varphi = \frac{M_{kp} \cdot l}{G \cdot 0.1d^4},$$

де G – модуль пружності II роду (модуль зсуву), для сталі $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$; l – довжина ділянки;

Ділянка AB

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{AB}^{kp} \cdot l_{AB}}{G \cdot 0.1d_{AB}^4} = \frac{-12 \cdot 10^3 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0.1 \cdot 0.0843^4} = -0.0594 \text{ rad.}$$

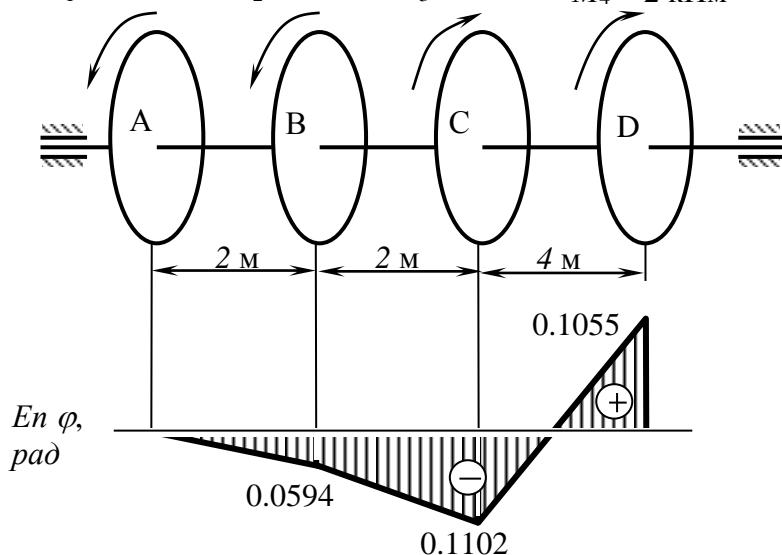
Ділянка BC

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{BC}^{kp} \cdot l_{BC}}{G \cdot 0.1d_{BC}^4} = \frac{-19 \cdot 10^3 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0.1 \cdot 0.0983^4} = -0.0508 \text{ rad.}$$

Ділянка CD

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{CD}^{kp} \cdot l_{CD}}{G \cdot 0.1d_{CD}^4} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 4}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0.1 \cdot 0.0464^4} = 0.2157 \text{ rad.}$$

$$M_1 = 12 \text{ кНм} \quad M_2 = 7 \text{ кНм} \quad M_3 = 21 \text{ кНм} \quad M_4 = 2 \text{ кНм}$$



Побудуємо епюру переміщень, тобто кутів закручування стержня. Будемо вважати що переріз A має нульовий кут закручування

$$\varphi_A = 0.$$

Тоді переріз B закрутиться відносно перерізу A на кут закручування ділянки AB .

$$\varphi_B = \varphi_{AB} = -0.0594 \text{ rad}$$

Переріз C закрутиться відносно перерізу A на кут що є сумою кутів закручування ділянок AB та BC .

$$\varphi_B = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = -0.0594 + (-0.0508) = -0.1102 \text{ rad}$$

Переріз D закрутиться відносно перерізу A на кут що є сумою кутів закручування ділянок AB , BC та CD .

$$\varphi_D = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} + \varphi_{CD} = -0.0594 + (-0.0508) + 0.2157 = 0.1055 \text{ rad}$$

Будуємо епюру.

7. Знайдемо кут закручування між опорами. Кут закручування між опорами дорівнює куту закручування між шківами A і D , тобто складає φ_D . Кут закручування між опорами рівний 0.1055 rad .

Розрахунково-графічна робота №5. Аналіз задачі згину консольної балки

Завдання

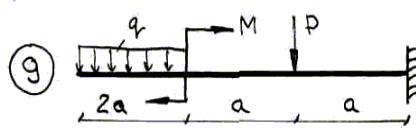
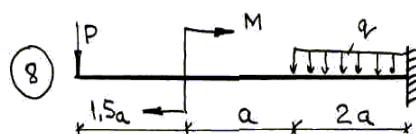
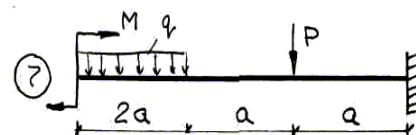
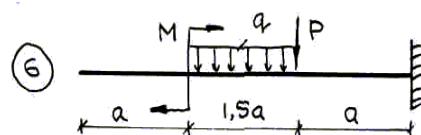
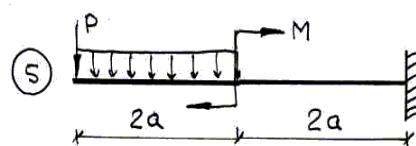
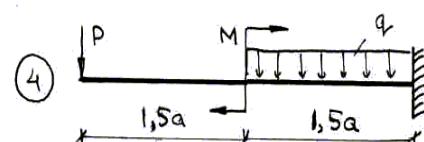
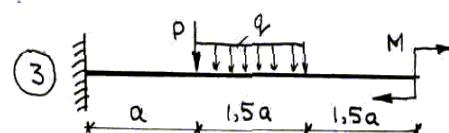
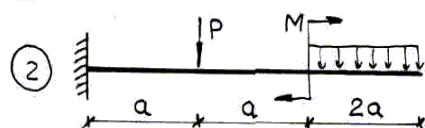
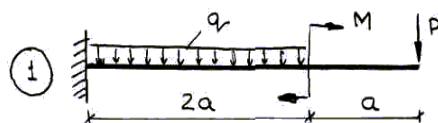
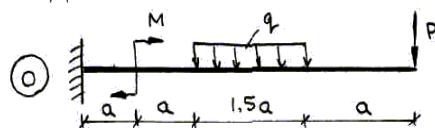
Для консольної балки побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів. Перевірити міцність балки прямокутного перерізу в небезпечних точках, де діють максимальні нормальні напруження σ . Прийняти для балок прямокутний переріз з шириною $b = 30 \text{ см}$, висотою h . Матеріал балок – Ст. 3. $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

Вихідні дані наведені у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Початкові дані

| № п/п | $q, \text{kH/m}$ | M, kNm | P, kH | $a, \text{м}$ | $n = h/b$ |
|-------|------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------|
| 0 | 2 | 5 | 7 | 2 | 1 |
| 1 | 4 | 10 | 6 | 3 | 1.5 |
| 2 | 5 | 12 | 4 | 2.5 | 2 |
| 3 | 3 | 7 | 6 | 1.75 | 2.2 |
| 4 | 6 | 8 | 3 | 4 | 1.8 |
| 5 | 8 | 6 | 5 | 4.5 | 1.5 |
| 6 | 9 | 4 | 8 | 3.5 | 2.4 |
| 7 | 7 | 3 | 7 | 5 | 2.5 |
| 8 | 5 | 5 | 2 | 2.75 | 2.7 |
| 9 | 4 | 10 | 5 | 3.75 | 3.0 |

Розрахункові схеми до задачі № 5.



Приклад виконання

Умови задачі: Для двох типів балок (консольної та двохопорної) побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів. Перевірити міцність балки прямокутного перерізу в небезпечних точках, де діють максимальні нормальні напруження σ . Прийняти для балок прямокутний переріз з шириною $b = 30$ см, висотою h . Матеріал балок - Ст. 3. $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа..

Розв'язок

Розглянемо консольну балку, вигляд якої поданий на схемі.

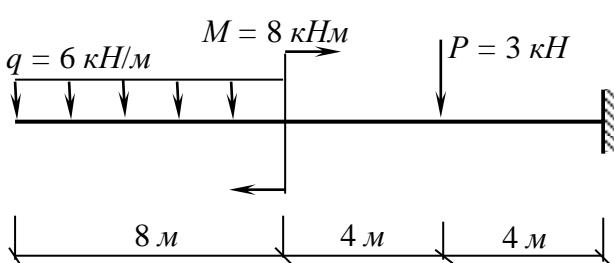


Рис. 4.8

2. Побудуємо епюру поперечних сил, використовуючи метод перерізів. Перерізи балки будемо розглядати, рухаючись зліва направо і завжди відкидаючи праву частину балки із жорстким защемленням з невідомими реакціями.

Ділянка AB: $Q_{AB} = -q \cdot z$

$$Q_A \Big|_{z=0} = -6 \cdot 0 = 0; Q_B \Big|_{z=8} = -6 \cdot 8 = -48 \text{ kN}$$

Ділянка BC: $Q_{BC} = -q \cdot 8 = -6 \cdot 8 = -48 \text{ kN}$

Ділянка CD: $Q_{CD} = -q \cdot 8 - P$

$$Q_{CD} = -6 \cdot 8 - 3 = -51 \text{ kN}$$

3. Побудуємо епюру згинальних моментів. Послідовність розгляду ділянок залишається такою ж самою.

Ділянка AB: $M_{AB} = -q \cdot z^2 / 2$.

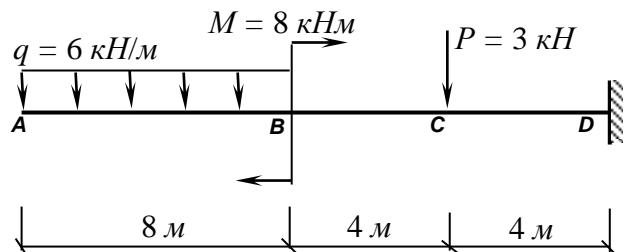
$$M_A \Big|_{z=0} = \frac{qz^2}{2} = \frac{6 \cdot 0^2}{2} = 0; M_B \Big|_{z=8} = \frac{qz^2}{2} = \frac{6 \cdot 8^2}{2} = 192 \text{ kNm}.$$

Ділянка BC: $M_{BC} = -q \cdot 8(z - 4) - M$.

$$M_B \Big|_{z=8} = -6 \cdot 8(8 - 4) - 8 = -200 \text{ kNm};$$

$$M_C \Big|_{z=12} = -6 \cdot 8(12 - 4) - 8 = -392 \text{ kNm};$$

1. Для консольних балок знаходити реакції в жорсткому защемленні не обов'язково. Позначимо характерні точки балки, починаючи з вільного кінця.

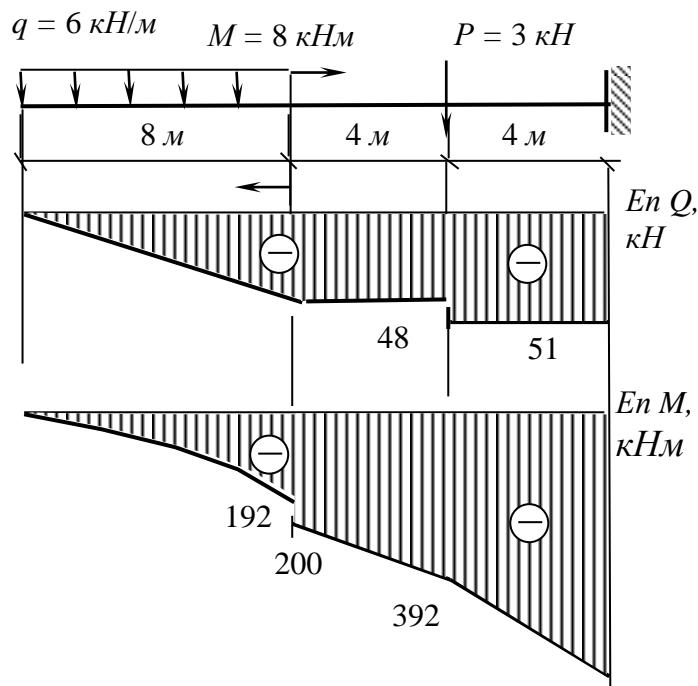


Ділянка CD: $M_{CD} = -q \cdot 8(z - 4) - M - P(z - 12)$.

$$M_C \Big|_{z=12} = -6 \cdot 8(12 - 4) - 8 - 3 \cdot (12 - 12) = -392 \text{ кНм.}$$

$$M_D \Big|_{z=16} = -6 \cdot 8(16 - 4) - 8 - 3 \cdot (16 - 12) = -576 \text{ кНм.}$$

Кінцевий вигляд епюр.



596

Визначимо небезпечну точку (точку з найбільшими зусиллями у відповідному перерізі). Зрозуміло, що це точка D. Визначимо геометричні розміри перерізу за умовою міцності. $\sigma = \frac{12M}{bh^3} \leq [\sigma]$ або $h \geq \sqrt[3]{\frac{12M}{b[\sigma]}}$.

Отже висота прямокутного перерізу балки повинна складати:

$$h = \sqrt[3]{\frac{12M}{b[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 596 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^{-2} \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0.53 \text{ м} = 53 \text{ см.}$$

Розрахунково-графічна робота №6. Аналіз задачі згину двохопорної балки

Завдання

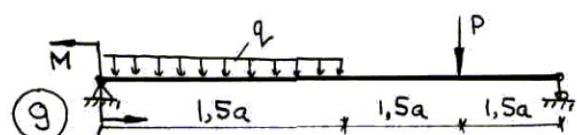
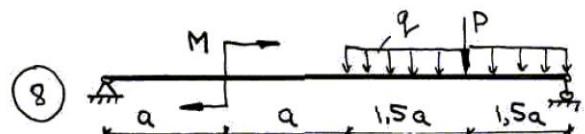
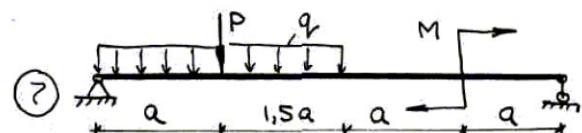
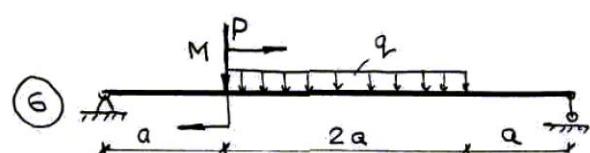
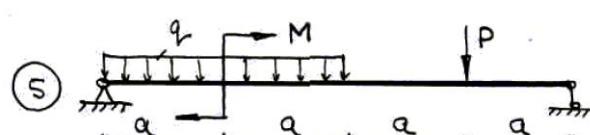
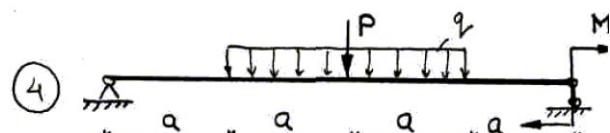
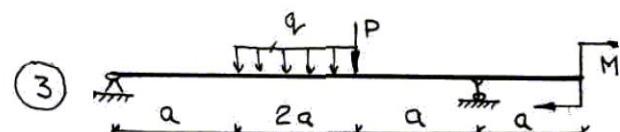
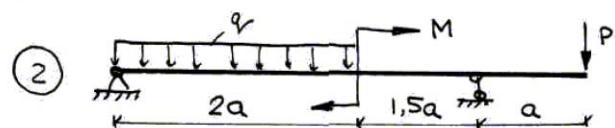
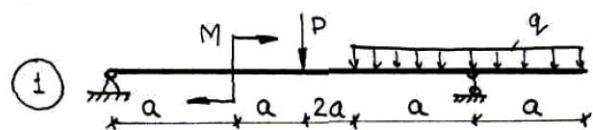
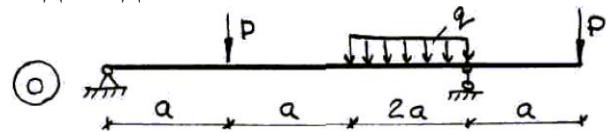
Для двохопорної балки побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів. Перевірити міцність балки прямокутного перерізу в небезпечних точках, де діють максимальні нормальні напруження σ . Прийняти для балок прямокутний переріз з ширинou $b = 30 \text{ см}$, висотою h . Матеріал балок – Ст. 3. $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

Вихідні дані наведені у таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Початкові дані

| № п/п | $q, \text{kH/m}$ | M, kNm | P, kH | $a, \text{м}$ | $n = h/b$ |
|-------|------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------|
| 0 | 2 | 5 | 7 | 2 | 1 |
| 1 | 4 | 10 | 6 | 3 | 1.5 |
| 2 | 5 | 12 | 4 | 2.5 | 2 |
| 3 | 3 | 7 | 6 | 1.75 | 2.2 |
| 4 | 6 | 8 | 3 | 4 | 1.8 |
| 5 | 8 | 6 | 5 | 4.5 | 1.5 |
| 6 | 9 | 4 | 8 | 3.5 | 2.4 |
| 7 | 7 | 3 | 7 | 5 | 2.5 |
| 8 | 5 | 5 | 2 | 2.75 | 2.7 |
| 9 | 4 | 10 | 5 | 3.75 | 3.0 |

Розрахункові схеми до задачі № 6.

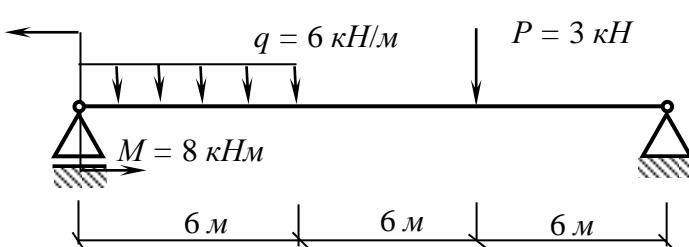


Приклад виконання

Умови задачі: Для двох типів балок (консольної та двохопорної) побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів. Перевірити міцність балки прямокутного перерізу в небезпечних точках, де діють максимальні нормальні напруження σ . Прийняти для балок прямокутний переріз з шириною $b = 30$ см, висотою h . Матеріал балок - Ст. 3. $[\sigma] = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа..

Розв'язок

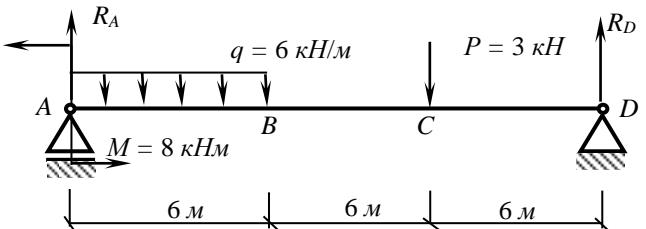
Розглянемо консольну балку, вигляд якої поданий на схемі.



4. Розглянемо двохпорну балку. На даній балці позначимо напрямки реакцій опор та характерні точки.

5. Знайдемо реакції опор, склавши рівняння рівноваги.

Сума моментів відносно опори A:



$$\sum M_A = -R_D \cdot 18 + P \cdot 12 + q \cdot 6 \cdot 3 - M = 0$$

$$R_D = \frac{P \cdot 12 + q \cdot 6 \cdot 3 - M}{18} = \frac{3 \cdot 12 + 6 \cdot 6 \cdot 3 - 8}{18} = 7.56 \text{ kN.}$$

Сума моментів відносно опори D:

$$\begin{aligned} \sum M_D &= R_A \cdot 18 - P \cdot 6 - q \cdot 6 \cdot 15 - M = 0, R_A = \frac{P \cdot 6 + q \cdot 6 \cdot 15 + M}{18} = \\ &= \frac{3 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 15 + 8}{18} = 31.44 \text{ kN.} \end{aligned}$$

Виконаємо перевірку, склавши додаткове рівняння рівноваги. Сума проекцій всіх сил на вісь у дорівнює:

$$\Sigma Y = R_A + R_D - P - q \cdot 6 = 7.56 + 31.44 - 3 - 6 \cdot 6 = 0.$$

У результаті додавання за даним рівнянням отримуємо нуль, отже реакції знайдені правильно.

6. Побудуємо епюру поперечних сил.

Ділянка AB: $Q_{AB} = R_A - q \cdot z$.

$$\begin{aligned} Q_A|_{z=0} &= 31 - 6 \cdot 0 = 31.44 \text{ kH}; \\ Q_B|_{z=6} &= 31.44 - 6 \cdot 6 = -4.56 \text{ kH} \end{aligned}$$

Ділянка BC: $Q_{BC} = R_A - q \cdot 6 = 31.44 - 6 \cdot 6 = -4.56 \text{ kH}$.

Ділянка CD: $Q_{CD} = R_A - q \cdot 6 - P = 31.44 - 6 \cdot 6 - 3 = -7.56 \text{ kH}$.

Приступаємо до побудування епюри згинальних моментів.

Ділянка AB: $M_{AB} = -\frac{q \cdot z^2}{2} + R_A \cdot z - M$.

Парабола на ділянці AB має максимум, оскільки епюра по-перечних сил переходить через нуль. Знайдемо координату переходу, прирівнявши рівняння поперечних сил на цій ділянці до нуля.

$$R_A - q \cdot z = 0;$$

$$z = R_A/q = 31.44/6 = 5.24 \text{ m}$$

Для побудування епюри моментів визначаємо три значення моментів – по краях ділянки і у точці максимуму.

$$M_A|_{z=0} = -6 \cdot 0^2/2 + 31.44 \cdot 0 - 8 = -8 \text{ kNm};$$

$$M_B|_{z=6} = -6 \cdot 6^2/2 + 31.44 \cdot 6 - 8 = 72.64 \text{ kNm};$$

$$M_{max}|_{z=5.24} = -6 \cdot 5.24^2/2 + 31.44 \cdot 6 - 8 = 74.37 \text{ kNm};$$

Ділянка BC: $M_{BC} = -q \cdot 6(z-3) + R_A \cdot x - M$.

$$M_B|_{z=6} = -6 \cdot 6 \cdot (6-3) + 31.44 \cdot 6 - 8 = 72.08 \text{ kNm};$$

$$M_C|_{z=12} = -6 \cdot 6(12-3) + 31.44 \cdot 12 - 8 = 45.28 \text{ kNm};$$

Ділянка CD: $M_{CD} = -q \cdot 6(z-3) + R_A \cdot x - M - P(z-12)$.

$$\begin{aligned} M_C|_{z=12} &= -6 \cdot 6(12-3) + 31.44 \cdot 12 - 8 - 3(12-12) = \\ &= 45.28 \text{ kNm}; \end{aligned}$$

$$M_C|_{z=18} = -6 \cdot 6(18-3) + 31.44 \cdot 18 - 8 - 3(18-12) = 0.$$

Визначимо розміри перерізу балки за умовою міцності. Висота прямокутного перерізу балки повинна складати:

$$h = \sqrt[3]{\frac{12M}{b[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 74.37 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^{-2} \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0.27 \text{ m} = 27 \text{ cm}.$$

Таким чином, задача розв'язана.

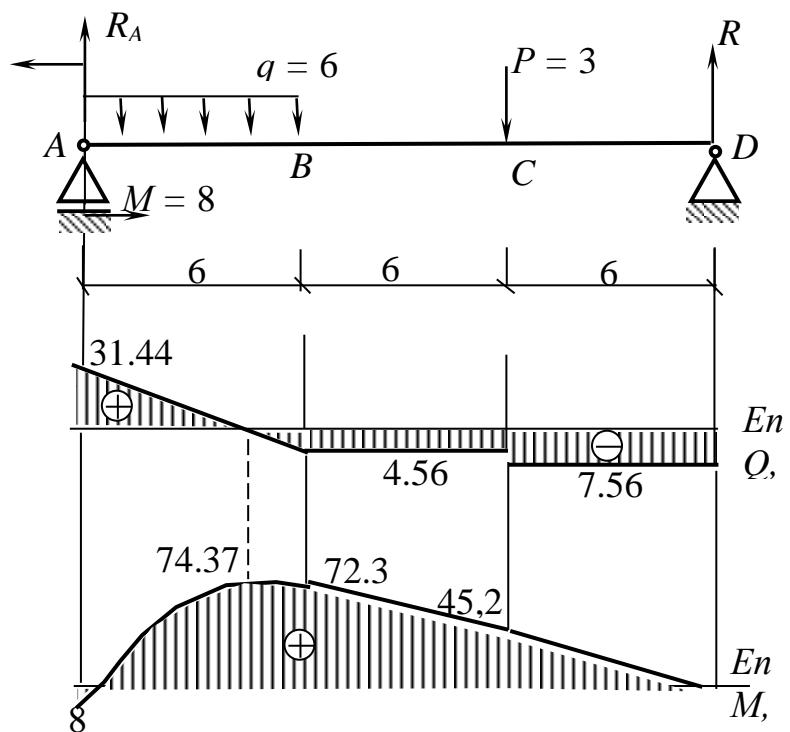


Рис. 4.25.

ДОДАТКИ

Додаток 1

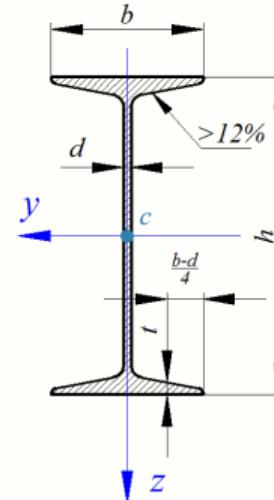
Геометричні характеристики перерізів прокату

Двотавр сталевий

(ГОСТ 8239-89)

Позначення:

h - висота двотавра; b - ширина полиці; d - товщина стінки; t - середня товщина полиці; J - момент інерції; W - момент опору; i - радіус інерції; S - статичний момент пі-вперерізу.



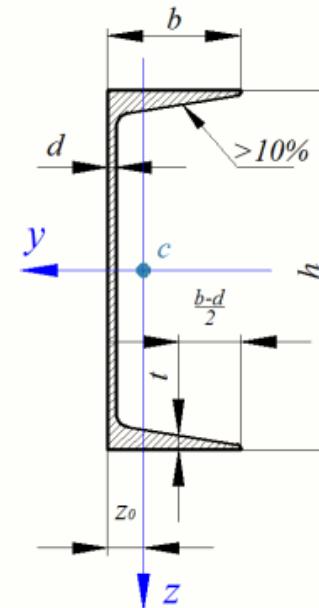
| № профілю | Маса 1 м, кг | Розміри, мм | | | | Площа перерізу $A, \text{см}^2$ | Довідкові величини для осей | | | | | | |
|-----------|--------------|-------------|-----|-----|-----|---------------------------------|-----------------------------|--------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| | | h | b | d | t | | $y-y$ | | | | $z-z$ | | |
| | | | | | | | $I_y, \text{см}^4$ | $W_y, \text{см}^3$ | $i_y, \text{см}$ | $S_y, \text{см}^3$ | $I_z, \text{см}^4$ | $W_z, \text{см}^3$ | $i_z, \text{см}$ |
| 10 | 9,46 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 12,0 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 |
| 12 | 11,5 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 14,7 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 |
| 14 | 13,7 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 17,4 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,5 | 1,55 |
| 16 | 15,0 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 20,2 | 873 | 109 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,5 | 1,70 |
| 18 | 18,4 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 23,4 | 1290 | 143 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,4 | 1,88 |
| 18a | 19,9 | 180 | 100 | 5,1 | 8,3 | 25,4 | 1430 | 159 | 7,51 | 89,8 | 114 | 22,8 | 2,12 |

| № профілю | Маса 1 м, кг | Розміри, мм | | | | Площа перерізу $A, \text{см}^2$ | Довідкові величини для осей | | | | | | |
|--------------|--------------------------|-------------|-----|------|------|---------------------------------------|-----------------------------|--------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| | | h | b | d | t | | $y-y$ | | | | $z-z$ | | |
| | | | | | | | $I_y, \text{см}^4$ | $W_y, \text{см}^3$ | $i_y, \text{см}$ | $S_y, \text{см}^3$ | $I_z, \text{см}^4$ | $W_z, \text{см}^3$ | $i_z, \text{см}$ |
| 20 | 21,0 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 26,8 | 1840 | 184 | 8,28 | 104 | 115 | 23,1 | 2,07 |
| 20a | 22,7 | 200 | 110 | 5,2 | 8,6 | 28,9 | 2030 | 203 | 8,37 | 114 | 155 | 28,2 | 2,32 |
| 22 | 24,0 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 30,6 | 2550 | 232 | 9,13 | 131 | 157 | 28,6 | 2,27 |
| 22a | 25,8 | 220 | 120 | 5,4 | 8,9 | 32,8 | 2790 | 254 | 9,22 | 143 | 206 | 34,3 | 2,50 |
| 24 | 27,3 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 34,8 | 3460 | 289 | 9,97 | 163 | 198 | 34,5 | 2,37 |
| 24a | 29,4 | 240 | 125 | 5,6 | 9,8 | 37,5 | 3800 | 317 | 10,1 | 178 | 260 | 41,6 | 2,63 |
| 27 | 31,5 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 40,2 | 5010 | 371 | 11,2 | 210 | 260 | 41,5 | 2,54 |
| 27a | 33,9 | 270 | 135 | 6,0 | 10,2 | 43,2 | 5500 | 407 | 11,3 | 229 | 337 | 50,0 | 2,80 |
| 30 | 36,5 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 46,5 | 7080 | 472 | 12,3 | 268 | 337 | 49,9 | 2,69 |
| 30a | 39,2 | 300 | 145 | 6,5 | 10,7 | 49,9 | 7780 | 518 | 12,5 | 292 | 436 | 60,1 | 2,95 |
| 33 | 42,2 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 53,8 | 9840 | 597 | 13,5 | 339 | 419 | 59,9 | 2,76 |
| 36 | 48,6 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 61,9 | 13380 | 743 | 14,7 | 423 | 516 | 71,1 | 2,89 |
| 40 | 57,0 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 72,6 | 19062 | 953 | 16,2 | 545 | 667 | 86,1 | 3,03 |
| 45 | 66,5 | 450 | 160 | 9,0 | 14,2 | 84,7 | 27696 | 1231 | 18,1 | 708 | 808 | 101,0 | 3,00 |
| 50 | 78,5 | 500 | 170 | 10,0 | 15,2 | 100,0 | 39727 | 1589 | 19,9 | 919 | 1043 | 123,0 | 3,23 |
| 55 | 96,2 | 550 | 180 | 11,0 | 16,5 | 118,0 | 55962 | 2035 | 21,8 | 1181 | 1356 | 151,0 | 3,39 |
| 60 | 108,0 | 600 | 190 | 12,0 | 17,8 | 138,0 | 75806 | 2560 | 23,6 | 1491 | 1725 | 182,0 | 3,54 |

Швелери з нахилом внутрішніх граней полиць
(ГОСТ 8240-72)

Позначення:

h - висота швелера; b - ширина полиці; d - товщина стінки; t - середня товщина полиці; I - момент інерції; W - момент опору; i - радіус інерції; S - статичний момент півперерізу; z_0 - відстань від осі z до зовнішньої грані стінки.



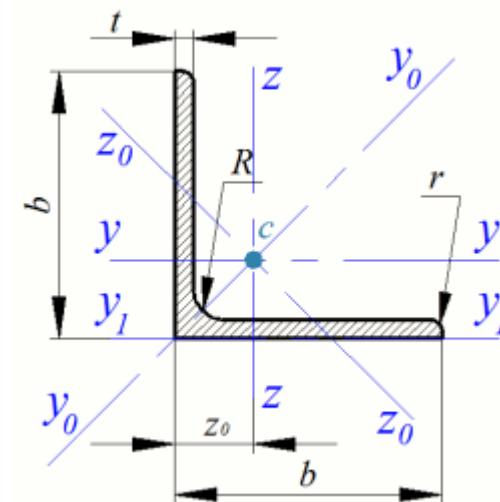
| № профілю | Маса 1 м, кг | Розміри, мм | | | | Площа перерізу A, см ² | Довідкові величини для осей | | | | | | | | |
|-----------|--------------|-------------|----|-----|-----|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|--|
| | | h | b | d | t | | y-y | | | | z-z | | | z ₀ , см | |
| | | | | | | | I _y , см ⁴ | W _y , см ³ | I _y , см | S _y , см ³ | I _z , см ⁴ | W _z , см ³ | i _z , см | | |
| 5 | 4,84 | 50 | 32 | 4,4 | 7 | 6,16 | 22,8 | 9,1 | 1,92 | 5,6 | 5,6 | 2,75 | 0,95 | 1,16 | |
| 6,5 | 5,9 | 65 | 36 | 4,4 | 7,2 | 7,51 | 48,6 | 15 | 2,54 | 9 | 8,7 | 3,68 | 1,08 | 1,24 | |
| 8 | 7,05 | 80 | 40 | 4,5 | 7,4 | 8,98 | 89,4 | 22,4 | 3,16 | 13,3 | 12,8 | 4,75 | 1,19 | 1,31 | |
| 10 | 8,59 | 100 | 46 | 4,5 | 7,6 | 10,9 | 174 | 34,8 | 3,99 | 20,4 | 20,4 | 6,46 | 1,37 | 1,44 | |
| 12 | 10,4 | 120 | 52 | 4,8 | 7,8 | 13,3 | 304 | 50,6 | 4,78 | 29,6 | 31,2 | 8,52 | 1,53 | 1,54 | |
| 14 | 12,3 | 140 | 58 | 4,9 | 8,1 | 15,6 | 491 | 70,2 | 5,6 | 40,8 | 45,4 | 11,0 | 1,7 | 1,67 | |

| № профілю | Маса 1 м, кг | Розміри, мм | | | | Площа перерізу A, см ² | Довідкові величини для осей | | | | | | | | |
|-----------|--------------|-------------|-----|-----|------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|---------------------|--|
| | | h | b | d | t | | y-y | | | | z-z | | | z ₀ , см | |
| | | | | | | | I _y , см ⁴ | W _y , см ³ | I _y , см | S _y , см ³ | I _z , см ⁴ | W _z , см ³ | i _z , см | | |
| 14a | 13,3 | 140 | 62 | 4,9 | 8,7 | 17,0 | 545 | 77,8 | 5,66 | 45,1 | 57,5 | 13,3 | 1,84 | 1,87 | |
| 16 | 14,2 | 160 | 64 | 5 | 8,4 | 18,1 | 747 | 93,4 | 6,42 | 54,1 | 63,3 | 13,8 | 1,87 | 1,8 | |
| 16a | 15,3 | 160 | 68 | 5 | 9 | 19,5 | 823 | 103 | 6,49 | 59,4 | 79,9 | 16,4 | 2,01 | 2,0 | |
| 18 | 16,3 | 180 | 70 | 5,1 | 8,7 | 20,7 | 1090 | 121 | 7,24 | 69,8 | 86 | 17,0 | 2,04 | 1,9 | |
| 18a | 17,4 | 180 | 74 | 5,1 | 9,3 | 22,2 | 1190 | 132 | 7,32 | 76,1 | 105 | 20,0 | 2,18 | 2,1 | |
| 20 | 18,4 | 200 | 76 | 5,2 | 9 | 23,4 | 1520 | 152 | 8,07 | 87,8 | 113 | 20,5 | 2,2 | 2,0 | |
| 20a | 19,8 | 200 | 80 | 5,2 | 9,7 | 25,2 | 1670 | 167 | 8,15 | 95,9 | 139 | 24,2 | 2,35 | 2,21 | |
| 22 | 21,0 | 220 | 82 | 5,4 | 9,5 | 26,7 | 2110 | 192 | 8,89 | 110 | 151 | 25,1 | 2,37 | 2,2 | |
| 22a | 22,6 | 220 | 87 | 5,4 | 10,2 | 28,8 | 2330 | 212 | 8,99 | 121 | 187 | 30,0 | 2,55 | 2,46 | |
| 24 | 24,0 | 240 | 90 | 5,6 | 10 | 30,6 | 2900 | 242 | 9,73 | 139 | 208 | 31,6 | 2,6 | 2,42 | |
| 24a | 25,8 | 240 | 95 | 5,6 | 10,7 | 32,9 | 3180 | 265 | 9,84 | 151 | 254 | 37,2 | 2,78 | 2,67 | |
| 27 | 27,7 | 270 | 95 | 6 | 10,5 | 35,2 | 4160 | 308 | 10,9 | 178 | 262 | 37,3 | 2,73 | 2,47 | |
| 30 | 31,8 | 300 | 100 | 6,5 | 11 | 40,5 | 5810 | 387 | 12,0 | 224 | 327 | 43,6 | 2,84 | 2,52 | |
| 33 | 36,5 | 330 | 105 | 7 | 11,7 | 46,5 | 7980 | 484 | 13,1 | 281 | 410 | 51,8 | 2,97 | 2,59 | |
| 36 | 41,9 | 360 | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4 | 10820 | 601 | 14,2 | 350 | 513 | 61,7 | 3,1 | 2,68 | |
| 40 | 48,3 | 400 | 115 | 8 | 13,5 | 61,5 | 15220 | 761 | 15,7 | 444 | 642 | 73,4 | 3,23 | 2,75 | |

Кутник рівнобічний
(ГОСТ 8509-86)

Позначення:

b - ширина полиці; t - товщина полиці; R - радіус внутрішнього заокруглення; r - радіус заокруглення полиць; J - момент інерції; i - радіус інерції; J_{yz} - відцентровий момент інерції; W - момент опору; z_0 - відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць.



| № проф ілю | Розміри, мм | | | | Площа перерізу $A, \text{см}^2$ | Маса $I_m, \text{кг}$ | Довідкові величини для осей | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------|---|-----|-----|---------------------------------|-----------------------|-----------------------------|--------------------|------------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------|------------------|------|------|
| | | | | | | | y-y | | | y ₀ -y ₀ | | z ₀ -z ₀ | | | y ₁ -y ₁ | $I_{yz}, \text{см}^4$ | $z_0, \text{см}$ | | |
| | b | t | R | r | | | $I_y, \text{см}^4$ | $W_y, \text{см}^3$ | $i_y, \text{см}$ | $I_{y\max}, I_{\max}, \text{см}^4$ | $i_{y0}, i_{\max}, \text{см}$ | $I_{z0}, I_{\min}, \text{см}^4$ | $W_{z0}, \text{см}^3$ | $i_{z0}, i_{\min}, \text{см}$ | $I_{y1}, \text{см}^4$ | | | | |
| 2 | 20 | 3 | 3,5 | 1,2 | 1,13 | 0,89 | 0,4 | 0,28 | 0,59 | 0,63 | 0,75 | 0,17 | 0,2 | 0,39 | 0,81 | 0,23 | 0,6 | | |
| | | 4 | | | | | 1,46 | 1,15 | 0,5 | 0,37 | 0,58 | 0,78 | 0,73 | 0,22 | 0,24 | 0,38 | 1,1 | 0,28 | 0,64 |
| 2,5 | 25 | 3 | 3,5 | 1,2 | 1,43 | 1,12 | 0,81 | 0,46 | 0,75 | 1,29 | 0,95 | 0,34 | 0,33 | 0,49 | 1,57 | 0,47 | 0,73 | | |
| | | 4 | | | | | 1,86 | 1,46 | 1,03 | 0,59 | 0,74 | 1,62 | 0,93 | 0,44 | 0,41 | 0,48 | 2,1 | 0,59 | 0,76 |
| | | 5 | | | | | 2,27 | 1,78 | 1,22 | 0,71 | 0,73 | 1,91 | 0,92 | 0,53 | 0,47 | 0,48 | 2,67 | 0,69 | 0,8 |
| 2,8 | 28 | 3 | 4 | 1,3 | 1,62 | 1,27 | 1,16 | 0,58 | 0,85 | 1,84 | 1,07 | 0,48 | 0,42 | 0,55 | 2,2 | 0,68 | 0,8 | | |
| 3 | 30 | 3 | 4 | 1,3 | 1,74 | 1,36 | 1,45 | 0,67 | 0,91 | 2,3 | 1,15 | 0,6 | 0,53 | 0,59 | 2,71 | 0,85 | 0,85 | | |
| | | 4 | | | | | 2,27 | 1,78 | 1,84 | 0,87 | 0,9 | 2,92 | 1,13 | 0,77 | 0,61 | 0,58 | 3,64 | 1,08 | 0,89 |
| | | 5 | | | | | 2,78 | 2,18 | 2,2 | 1,06 | 0,89 | 3,47 | 1,12 | 0,94 | 0,71 | 0,58 | 4,6 | 1,27 | 0,93 |

| № проф ілю | Розміри, мм | | | | Площа перерізу A, см ² | Маса I м, кг | Довідкові величини для осей | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------|---|-----|-----|-----------------------------------|--------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-------------------|--|--|
| | b | t | R | r | | | y-y | | | y ₀ -y ₀ | | z ₀ -z ₀ | | | y ₁ -y ₁ | I _{yz} см ⁴ | z ₀ см | | |
| | | | | | | | I _y см ⁴ | W _y см ³ | i _y см | I _{ymax} , I _{max} см ⁴ | i _{y0} , i _{max} см | I _{z0} , I _{min} см ⁴ | W _{z0} см ³ | i _{z0} , i _{min} см | | | | | |
| 3,2 | 32 | 3 | 4,5 | 1,5 | 1,86 | 1,46 | 1,77 | 0,77 | 0,97 | 2,8 | 1,23 | 0,74 | 0,59 | 0,63 | 3,24 | 1,03 | 0,89 | | |
| | | 4 | | | 2,43 | 1,91 | 2,26 | 1 | 0,96 | 3,58 | 1,21 | 0,94 | 0,71 | 0,62 | 4,41 | 1,32 | 0,94 | | |
| 3,5 | 35 | 3 | 4,5 | 1,5 | 2,04 | 1,6 | 2,35 | 0,93 | 1,07 | 3,72 | 1,35 | 0,97 | 0,71 | 0,69 | 4,27 | 1,37 | 0,97 | | |
| | | 4 | | | 2,67 | 2,1 | 3,01 | 1,21 | 1,06 | 4,76 | 1,33 | 1,25 | 0,88 | 0,68 | 5,73 | 1,75 | 1,01 | | |
| | | 5 | | | 3,28 | 2,58 | 3,61 | 1,47 | 1,05 | 5,71 | 1,32 | 1,52 | 1,02 | 0,68 | 7,23 | 2,1 | 1,05 | | |
| 4 | 40 | 3 | 5 | 1,7 | 2,35 | 1,85 | 3,55 | 1,22 | 1,23 | 5,63 | 1,55 | 1,47 | 0,95 | 0,79 | 6,34 | 2,08 | 1,09 | | |
| | | 4 | | | 3,08 | 2,42 | 4,58 | 1,6 | 1,22 | 7,26 | 1,53 | 1,9 | 1,19 | 0,78 | 8,51 | 2,68 | 1,13 | | |
| | | 5 | | | 3,79 | 2,98 | 5,53 | 1,95 | 1,21 | 8,75 | 1,52 | 2,3 | 1,39 | 0,78 | 10,72 | 3,22 | 1,17 | | |
| | | 6 | | | 4,48 | 3,52 | 6,41 | 2,3 | 1,2 | 10,13 | 1,5 | 2,7 | 1,58 | 0,78 | 12,97 | 3,72 | 1,21 | | |
| 4,5 | 45 | 3 | 5 | 1,7 | 2,65 | 2,08 | 5,13 | 1,56 | 1,39 | 8,13 | 1,75 | 2,12 | 1,24 | 0,89 | 9,01 | 3 | 1,21 | | |
| | | 4 | | | 3,48 | 2,73 | 6,63 | 2,04 | 1,38 | 10,52 | 1,74 | 2,74 | 1,54 | 0,89 | 12,25 | 3,89 | 1,26 | | |
| | | 5 | | | 4,29 | 3,37 | 8,03 | 2,51 | 1,37 | 12,74 | 1,72 | 3,33 | 1,81 | 0,88 | 15,28 | 4,71 | 1,3 | | |
| | | 6 | | | 5,08 | 3,99 | 9,35 | 2,95 | 1,36 | 14,8 | 1,71 | 3,9 | 2,06 | 0,88 | 18,47 | 5,45 | 1,34 | | |
| 5 | 50 | 3 | 5,5 | 1,8 | 2,96 | 2,32 | 7,11 | 1,94 | 1,55 | 11,27 | 1,95 | 2,95 | 1,57 | 1 | 12,35 | 4,16 | 1,33 | | |
| | | 4 | | | 3,89 | 3,05 | 9,21 | 2,54 | 1,54 | 14,63 | 1,94 | 3,8 | 1,95 | 0,99 | 16,62 | 5,42 | 1,38 | | |
| | | 5 | | | 4,8 | 3,77 | 11,2 | 3,13 | 1,53 | 17,77 | 1,92 | 4,63 | 2,3 | 0,98 | 20,88 | 6,57 | 1,42 | | |
| | | 6 | | | 5,69 | 4,47 | 13,07 | 3,69 | 1,52 | 20,72 | 1,91 | 5,43 | 2,63 | 0,98 | 25,2 | 7,65 | 1,46 | | |
| | | 7 | | | 6,56 | 5,15 | 14,84 | 4,23 | 1,5 | 23,47 | 1,89 | 6,21 | 2,93 | 0,97 | 29,6 | 8,63 | 1,5 | | |
| | | 8 | | | 7,41 | 5,82 | 16,51 | 4,76 | 1,49 | 26,03 | 1,87 | 6,98 | 3,22 | 0,97 | 33,86 | 9,52 | 1,53 | | |
| 5,6 | 56 | 4 | 6 | 2 | 4,38 | 3,44 | 13,1 | 3,21 | 1,73 | 20,79 | 2,18 | 5,41 | 2,52 | 1,11 | 23,22 | 7,69 | 1,52 | | |
| | | 5 | | | 5,41 | 4,25 | 15,97 | 3,96 | 1,72 | 25,36 | 2,16 | 6,59 | 2,97 | 1,1 | 29,31 | 9,41 | 1,57 | | |
| 6 | 60 | 4 | 7 | 2,3 | 4,72 | 3,71 | 16,21 | 3,7 | 1,85 | 25,69 | 2,33 | 6,72 | 2,93 | 1,19 | 28,6 | 9,48 | 1,62 | | |
| | | 5 | | | 5,89 | 4,58 | 19,79 | 4,56 | 1,84 | 31,4 | 2,32 | 8,18 | 3,49 | 1,18 | 36,02 | 11,61 | 1,66 | | |

| № проф ілю | Розміри, мм | | | | Площа перерізу A, см ² | Маса I м, кг | Довідкові величини для осей | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------|-------|------|-------|-----------------------------------|--------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|------|--|
| | b | t | R | r | | | y-y | | | y ₀ -y ₀ | | z ₀ -z ₀ | | | y ₁ -y ₁ | I _{yz} см ⁴ | z ₀ см | | |
| | | | | | | | I _y см ⁴ | W _y см ³ | i _y см | I _{ymax} , I _{max} см ⁴ | i _{y0} , i _{max} см | I _{z0} , I _{min} см ⁴ | W _{z0} см ³ | i _{z0} , i _{min} см | I _{y1} см ⁴ | | | | |
| | 6 | 6,92 | 5,43 | 23,21 | 5,4 | 1,83 | 36,81 | 2,31 | 9,6 | 3,99 | 1,18 | 43,21 | 13,6 | 1,7 | 6 | 13,6 | 1,7 | | |
| | 8 | 9,04 | 7,1 | 29,55 | 7 | 1,81 | 46,77 | 2,27 | 12,34 | 4,9 | 1,17 | 58,19 | 17,22 | 1,78 | 8 | 17,22 | 1,78 | | |
| | 10 | 11,08 | 8,7 | 35,32 | 8,52 | 1,79 | 55,64 | 2,24 | 15 | 5,7 | 1,16 | 73,24 | 20,32 | 1,85 | 10 | 20,32 | 1,85 | | |
| 6,3 | 63 | 4 | 7 | 2,3 | 4,96 | 3,9 | 18,86 | 4,09 | 1,95 | 29,9 | 2,45 | 7,81 | 3,26 | 1,25 | 33,03 | 11 | 1,69 | | |
| | 5 | 6,13 | 4,81 | | 23,1 | 5,05 | 1,94 | 36,8 | 2,44 | 9,52 | 3,87 | 1,25 | 41,66 | 13,7 | 1,74 | 5 | 13,7 | 1,74 | |
| | 6 | 7,28 | 5,72 | | 27,06 | 5,98 | 1,93 | 42,91 | 2,43 | 11,18 | 4,44 | 1,24 | 50,13 | 15,9 | 1,78 | 6 | 15,9 | 1,78 | |
| 7 | 70 | 4 | 8 | 2,7 | 6 | 4,87 | 29,04 | 5,67 | 2,16 | 46,03 | 2,72 | 12,04 | 4,53 | 1,39 | 50,95 | 17 | 1,88 | | |
| | 5 | | | | 6,86 | 5,38 | 31,94 | 6,27 | 2,16 | 50,67 | 2,72 | 13,22 | 4,92 | 1,39 | 56,7 | 18,7 | 1,9 | | |
| | 6 | | | | 8,15 | 6,39 | 37,58 | 7,43 | 2,15 | 59,64 | 2,71 | 15,52 | 5,66 | 1,38 | 68,25 | 22,1 | 1,94 | | |
| | 7 | | | | 9,42 | 7,39 | 42,98 | 8,57 | 2,14 | 68,19 | 2,69 | 17,77 | 6,31 | 1,37 | 80,28 | 25,2 | 1,99 | | |
| | 8 | | | | 10,67 | 8,37 | 48,16 | 9,68 | 2,12 | 76,35 | 2,68 | 19,97 | 6,99 | 1,37 | 91,7 | 28,2 | 2,02 | | |
| | 10 | | | | 13,11 | 10,29 | 57,9 | 11,82 | 2,1 | 91,52 | 2,64 | 24,27 | 8,17 | 1,36 | 115,72 | 33,6 | 2,1 | | |
| 7,5 | 75 | 5 | 9 | 3 | 7,39 | 5,8 | 39,53 | 7,21 | 2,31 | 62,65 | 2,91 | 16,41 | 5,74 | 1,49 | 69,68 | 23,1 | 2,02 | | |
| | 6 | | | | 8,78 | 6,89 | 46,57 | 8,57 | 2,3 | 73,87 | 2,9 | 19,28 | 6,62 | 1,48 | 83,83 | 27,3 | 2,06 | | |
| | 7 | | | | 10,15 | 7,96 | 53,34 | 9,89 | 2,29 | 84,61 | 2,89 | 22,07 | 7,43 | 1,47 | 98,1 | 31,2 | 2,1 | | |
| | 8 | | | | 11,5 | 9,02 | 59,84 | 11,18 | 2,28 | 94,89 | 2,87 | 24,8 | 8,16 | 1,47 | 113 | 35 | 2,15 | | |
| | 9 | | | | 12,83 | 10,07 | 66,1 | 12,43 | 2,27 | 104,72 | 2,86 | 27,48 | 8,91 | 1,46 | 127,07 | 38,6 | 2,18 | | |
| 8 | 80 | 5,5 | 9 | 3 | 8,63 | 6,78 | 52,68 | 9,03 | 2,47 | 83,56 | 3,11 | 21,8 | 7,1 | 1,59 | 93,32 | 30,9 | 2,17 | | |
| | 6 | | | | 9,38 | 7,36 | 56,97 | 9,8 | 2,47 | 90,4 | 3,11 | 23,54 | 7,6 | 1,58 | 101,96 | 33,4 | 2,19 | | |
| | 7 | | | | 10,85 | 8,51 | 65,31 | 11,32 | 2,45 | 103,66 | 3,09 | 26,97 | 8,55 | 1,58 | 119,27 | 38,3 | 2,23 | | |
| | 8 | | | | 12,3 | 9,65 | 73,36 | 12,8 | 2,44 | 116,39 | 3,08 | 30,32 | 9,44 | 1,57 | 136,74 | 43 | 2,27 | | |
| | 10 | | | | 15,14 | 11,88 | 88,58 | 15,67 | 2,42 | 140,31 | 3,04 | 36,85 | 11,09 | 1,56 | 172,19 | 56,7 | 2,35 | | |
| | 12 | | | | 17,9 | 14,05 | 102,74 | 18,42 | 2,4 | 162,27 | 3,01 | 43,21 | 12,62 | 1,55 | 207,57 | 59,5 | 2,42 | | |

| № проф ілю | Розміри, мм | | | | Площа перерізу A, см ² | Маса I м, кг | Довідкові величини для осей | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------|-----|----|-----|-----------------------------------|--------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|--|--|
| | b | t | R | r | | | y-y | | | y ₀ -y ₀ | | z ₀ -z ₀ | | | y ₁ -y ₁ | I _{yz} см ⁴ | z ₀ см | | |
| | | | | | | | I _y см ⁴ | W _y см ³ | i _y см | I _{ymax} , I _{max} см ⁴ | i _{y0} , i _{max} см | I _{z0} , I _{min} см ⁴ | W _{z0} см ³ | i _{z0} , i _{min} см | I _{y1} см ⁴ | | | | |
| 9 | 90 | 6 | 10 | 3,3 | 10,61 | 8,33 | 82,1 | 12,49 | 2,78 | 130 | 3,5 | 33,97 | 9,88 | 1,79 | 144,75 | 48,1 | 2,43 | | |
| | | 7 | | | 12,28 | 9,64 | 94,3 | 14,45 | 2,77 | 149,67 | 3,49 | 38,94 | 11,15 | 1,78 | 169,22 | 55,4 | 2,47 | | |
| | | 8 | | | 13,93 | 10,93 | 106,11 | 16,36 | 2,76 | 168,42 | 3,48 | 43,8 | 12,34 | 1,77 | 193,87 | 62,3 | 2,51 | | |
| | | 9 | | | 15,6 | 12,2 | 118 | 18,29 | 2,75 | 186 | 3,46 | 48,6 | 13,48 | 1,77 | 219,44 | 68 | 2,55 | | |
| | | 10 | | | 17,17 | 13,48 | 128,6 | 20,07 | 2,74 | 203,93 | 3,45 | 53,27 | 14,54 | 1,76 | 243,78 | 75,3 | 2,59 | | |
| | | 12 | | | 20,33 | 15,96 | 149,67 | 23,85 | 2,71 | 235,88 | 3,41 | 62,4 | 16,53 | 1,75 | 294,6 | 86,2 | 2,67 | | |
| 10 | 100 | 6,5 | 12 | 4 | 12,82 | 10,06 | 122,1 | 16,69 | 3,09 | 193,46 | 3,89 | 50,73 | 13,38 | 1,99 | 214,18 | 71,4 | 2,68 | | |
| | | 7 | | | 13,75 | 10,79 | 130,59 | 17,9 | 3,08 | 207,01 | 3,88 | 54,16 | 14,13 | 1,98 | 231,57 | 76,4 | 2,71 | | |
| | | 8 | | | 15,6 | 12,25 | 147,19 | 20,3 | 3,07 | 233,46 | 3,87 | 60,92 | 15,66 | 1,98 | 265,16 | 86,3 | 2,75 | | |
| | | 10 | | | 19,24 | 15,1 | 178,95 | 24,97 | 3,05 | 283,83 | 3,84 | 74,08 | 18,51 | 1,96 | 333,04 | 110 | 2,83 | | |
| | | 12 | | | 22,8 | 17,9 | 208,9 | 29,47 | 3,03 | 330,95 | 3,81 | 86,84 | 21,1 | 1,95 | 401,97 | 122 | 2,91 | | |
| | | 14 | | | 26,28 | 20,63 | 237,15 | 33,83 | 3 | 374,98 | 3,78 | 99,32 | 23,49 | 1,94 | 472,1 | 138 | 2,99 | | |
| | | 15 | | | 27,99 | 21,97 | 250,68 | 35,95 | 2,99 | 395,87 | 3,76 | 105,48 | 24,62 | 1,94 | 507,65 | 145 | 3,03 | | |
| | | 16 | | | 29,68 | 23,3 | 263,82 | 38,04 | 2,98 | 416,04 | 3,74 | 111,61 | 25,79 | 1,94 | 541,73 | 152 | 3,06 | | |
| 11 | 110 | 7 | 12 | 4 | 15,15 | 11,89 | 175,61 | 21,83 | 3,4 | 278,54 | 4,29 | 72,68 | 17,36 | 2,19 | 308,35 | 106 | 2,96 | | |
| | | 8 | | | 17,2 | 13,5 | 198,17 | 24,77 | 3,39 | 314,51 | 4,28 | 81,83 | 19,29 | 2,18 | 352,97 | 116 | 3 | | |
| 12 | 120 | 8 | 12 | 4,6 | 18,8 | 14,76 | 259,75 | 29,68 | 3,72 | 412,45 | 4,68 | 107,04 | 23,29 | 2,39 | 458,33 | 153 | 3,25 | | |
| | | 10 | | | 23,24 | 18,24 | 317,16 | 36,59 | 3,69 | 503,79 | 4,66 | 130,54 | 27,72 | 2,37 | 574,87 | 187 | 3,33 | | |
| | | 12 | | | 27,6 | 21,67 | 371,8 | 43,3 | 3,67 | 590,28 | 4,62 | 153,33 | 31,79 | 2,36 | 692,74 | 218 | 3,41 | | |
| | | 15 | | | 33,99 | 26,68 | 448,9 | 52,96 | 3,63 | 711,32 | 4,57 | 186,48 | 37,35 | 2,34 | 872,45 | 262 | 3,53 | | |
| 12,5 | 125 | 8 | 14 | 4,6 | 19,69 | 15,46 | 294,36 | 32,2 | 3,87 | 466,76 | 4,87 | 121,98 | 25,67 | 2,49 | 516,65 | 172 | 3,36 | | |
| | | 9 | | | 22 | 17,3 | 327,48 | 36 | 3,86 | 520 | 4,86 | 135,88 | 28,26 | 2,48 | 581,8 | 192 | 3,4 | | |
| | | 10 | | | 24,33 | 19,1 | 359,82 | 39,74 | 3,85 | 571,04 | 4,84 | 148,59 | 30,45 | 2,47 | 649,41 | 211 | 3,45 | | |

| № проф ілю | Розміри, мм | | | | Площа пере-різу A, см ² | Маса I м, кг | Довідкові величини для осей | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------|----|----|-----|------------------------------------|--------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-------------------|--|--|
| | b | t | R | r | | | y-y | | | y ₀ -y ₀ | | z ₀ -z ₀ | | | y ₁ -y ₁ | I _{yz} см ⁴ | z ₀ см | | |
| | | | | | | | I _y см ⁴ | W _y см ³ | i _y см | I _{ymax} , I _{max} см ⁴ | i _{y0} , i _{max} см | I _{z0} , I _{min} см ⁴ | W _{z0} см ³ | i _{z0} , i _{min} см | | | | | |
| | | | | | 28,89 | 22,68 | 422,23 | 47,06 | 3,82 | 670,02 | 4,82 | 174,43 | 34,94 | 2,46 | 782,23 | 248 | 3,53 | | |
| | 12 | 14 | 16 | | 33,37 | 26,2 | 481,76 | 54,17 | 3,8 | 763,9 | 4,78 | 199,62 | 39,1 | 2,45 | 916,64 | 282 | 3,61 | | |
| | | | | | 37,77 | 29,65 | 538,56 | 61,09 | 3,78 | 852,84 | 4,75 | 224,29 | 43,1 | 2,44 | 1050,06 | 315 | 3,68 | | |
| 14 | 140 | 9 | 14 | 4,6 | 24,72 | 19,41 | 465,72 | 45,55 | 4,34 | 739,42 | 5,47 | 192,03 | 35,92 | 2,79 | 818,93 | 274 | 3,78 | | |
| | 10 | | | | 27,33 | 21,45 | 512,29 | 50,32 | 4,33 | 813,62 | 5,46 | 210,96 | 39,05 | 2,78 | 911,1 | 301 | 3,82 | | |
| | 12 | | | | 32,49 | 25,5 | 602,49 | 59,66 | 4,31 | 956,98 | 5,43 | 248,01 | 44,97 | 2,76 | 1096,66 | 354 | 3,9 | | |
| 15 | 150 | 10 | 14 | 4,6 | 29,33 | 23,02 | 634,76 | 58,07 | 4,65 | 1008,56 | 5,86 | 260,97 | 45,34 | 2,98 | 1120,61 | 374 | 4,07 | | |
| | 12 | | | | 34,89 | 27,39 | 747,48 | 68,9 | 4,63 | 1187,86 | 5,83 | 307,09 | 52,32 | 2,97 | 1348,37 | 440 | 4,15 | | |
| | 15 | | | | 43,08 | 33,82 | 908,38 | 84,66 | 4,59 | 1442,6 | 5,79 | 374,17 | 61,96 | 2,95 | 1693,85 | 534 | 4,27 | | |
| | 18 | | | | 51,09 | 40,11 | 1060,08 | 99,86 | 4,56 | 1680,92 | 5,74 | 439,24 | 70,91 | 2,93 | 2040,21 | 621 | 4,38 | | |
| 16 | 160 | 10 | 16 | 5,3 | 31,43 | 24,67 | 774,24 | 66,19 | 4,96 | 1229,1 | 6,25 | 319,38 | 52,52 | 3,19 | 1355,38 | 455 | 4,3 | | |
| | 11 | | | | 34,42 | 27,02 | 844,21 | 72,44 | 4,95 | 1340,06 | 6,24 | 347,77 | 56,53 | 3,18 | 1495,52 | 496 | 4,35 | | |
| | 12 | | | | 37,39 | 29,35 | 912,89 | 78,62 | 4,94 | 1450 | 6,23 | 375,78 | 60,53 | 3,17 | 1633,47 | 537 | 4,39 | | |
| | 14 | | | | 43,57 | 33,97 | 1046,47 | 90,77 | 4,92 | 1662,13 | 6,2 | 430,81 | 68,15 | 3,16 | 1917,04 | 615 | 4,47 | | |
| | 16 | | | | 49,07 | 38,52 | 1175,19 | 102,64 | 4,89 | 1865,73 | 6,17 | 484,64 | 75,92 | 3,14 | 2191,06 | 690 | 4,55 | | |
| | 18 | | | | 54,79 | 43,01 | 1290,24 | 114,24 | 4,87 | 2061,03 | 6,13 | 537,46 | 82,08 | 3,13 | 2464,77 | 771 | 4,63 | | |
| | 20 | | | | 60,4 | 47,44 | 1418,85 | 125,6 | 4,85 | 2248,26 | 6,1 | 589,43 | 90,02 | 3,12 | 2753,09 | 830 | 4,7 | | |
| 18 | 180 | 11 | 16 | 5,3 | 38,8 | 30,47 | 1216,44 | 92,47 | 5,6 | 1933,1 | 7,06 | 499,78 | 72,86 | 3,59 | 2129,11 | 716 | 4,85 | | |
| | 12 | | | | 42,19 | 33,12 | 1316,62 | 100,41 | 5,59 | 2092,78 | 7,04 | 540,45 | 78,15 | 3,58 | 2325,47 | 776 | 4,89 | | |
| | 15 | | | | 52,18 | 40,96 | 1607,36 | 123,74 | 5,55 | 2554,99 | 7 | 659,73 | 93,11 | 3,56 | 2917,08 | 948 | 5,01 | | |
| | 18 | | | | 61,99 | 48,66 | 1884,07 | 146,36 | 5,51 | 2992,69 | 6,95 | 775,44 | 106,88 | 3,54 | 3515,45 | 1108 | 5,13 | | |
| | 20 | | | | 68,43 | 53,72 | 2061,11 | 161,07 | 5,49 | 3271,31 | 6,91 | 850,92 | 115,71 | 3,53 | 3911,46 | 1210 | 5,2 | | |
| 20 | 200 | 12 | 18 | 6 | 47,1 | 36,97 | 1822,78 | 124,61 | 6,22 | 2896,16 | 7,84 | 749,4 | 98,68 | 3,99 | 3181 | 1073 | 5,37 | | |

| № проф ілю | Розміри, мм | | | | Площа пере-різу A, cm ² | Маса I м, кг | Довідкові величини для осей | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------|--------|---------|---------|------------------------------------|--------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------|--|--|
| | b | t | R | r | | | y-y | | | y ₀ -y ₀ | | z ₀ -z ₀ | | | y ₁ -y ₁ | I _{yz} cm ⁴ | z ₀ cm | | |
| | | | | | | | I _y cm ⁴ | W _y cm ³ | i _y cm | I _{ymax} , I _{max} cm ⁴ | i _{y0} , i _{max} cm | I _{z0} , I _{min} cm ⁴ | W _{z0} cm ³ | i _{z0} , i _{min} cm | I _{y1} cm ⁴ | | | | |
| 13 | 50,85 | 39,92 | 1960,77 | 134,44 | 6,21 | 3116,18 | 7,83 | 805,35 | 105,07 | 3,98 | 3454,56 | 1156 | 5,42 | | | | | | |
| | 14 | 54,6 | 42,8 | 2097 | 144,17 | 6,2 | 3333 | 7,81 | 861 | 111,5 | 3,97 | 3724,71 | 1236 | 5,46 | | | | | |
| | 16 | 61,98 | 48,65 | 2362,57 | 163,37 | 6,17 | 3755,39 | 7,78 | 969,74 | 123,77 | 3,96 | 4264,84 | 1393 | 5,54 | | | | | |
| | 18 | 69,3 | 54,4 | 2620,64 | 182,22 | 6,15 | 4164,54 | 7,75 | 1076,74 | 135,48 | 3,94 | 4809,44 | 1544 | 5,62 | | | | | |
| | 20 | 76,54 | 60,08 | 2871,47 | 200,73 | 6,12 | 4560,42 | 7,72 | 1181,92 | 146,62 | 3,93 | 5358,25 | 1689 | 5,7 | | | | | |
| | 24 | 90,78 | 71,25 | 3350,66 | 236,77 | 6,08 | 5313,5 | 7,65 | 1387,73 | 167,74 | 3,91 | 6457,38 | 1963 | 5,85 | | | | | |
| | 25 | 94,29 | 74,02 | 3466,21 | 245,59 | 6,06 | 5494,04 | 7,63 | 1438,38 | 172,68 | 3,91 | 6737,33 | 2028 | 5,89 | | | | | |
| | 30 | 111,54 | 87,56 | 4019,6 | 288,57 | 6 | 6351,05 | 7,55 | 1698,16 | 193,06 | 3,89 | 8129,28 | 2332 | 6,07 | | | | | |
| 22 | 220 | 14 | 21 | 7 | 60,38 | 47,4 | 2814,36 | 175,18 | 6,83 | 4470,15 | 8,6 | 1158,56 | 138,62 | 4,38 | 4923,32 | 1655 | 5,91 | | |
| | | 16 | | | 68,58 | 53,83 | 3175,44 | 198,71 | 6,8 | 5045,37 | 8,58 | 1305,52 | 153,34 | 4,36 | 5660,81 | 1869 | 6,02 | | |
| 25 | 250 | 16 | 24 | 8 | 78,4 | 61,55 | 4717,1 | 258,43 | 7,76 | 7492,1 | 9,78 | 1942,09 | 203,45 | 4,98 | 8289,2 | 2775 | 6,75 | | |
| | | 18 | | | 87,72 | 68,86 | 5247,24 | 288,82 | 7,73 | 8336,69 | 9,75 | 2157,78 | 223,39 | 4,96 | 9339,28 | 3089 | 6,83 | | |
| | | 20 | | | 96,96 | 76,11 | 5764,87 | 318,76 | 7,71 | 9159,73 | 9,72 | 2370,01 | 242,52 | 4,94 | 10394,5 | 3395 | 6,91 | | |
| | | 22 | | | 106,12 | 83,31 | 6270,32 | 348,26 | 7,69 | 9961,6 | 9,69 | 2579,04 | 260,52 | 4,93 | 11470,2 | 3691 | 7 | | |
| | | 25 | | | 119,71 | 93,97 | 7006,39 | 391,72 | 7,65 | 11125,5 | 9,64 | 2887,26 | 287,14 | 4,91 | 13058 | 4119 | 7,11 | | |
| | | 28 | | | 133,12 | 104,5 | 7716,86 | 434,25 | 7,61 | 12243,8 | 9,59 | 3189,89 | 311,98 | 4,9 | 14675,4 | 4527 | 7,23 | | |
| | | 30 | | | 141,96 | 111,4 | 8176,51 | 462,11 | 7,59 | 12964,7 | 9,56 | 3388,98 | 327,82 | 4,89 | 15762,3 | 4788 | 7,31 | | |

Отрош Ю.А., Ступак Д.О.

C-88 Прикладна механіка: Посібник до виконання контрольних робіт з дисципліни «Технічна механіка». Для студентів, слухачів і курсантів вищих навч. закл., які навч. за напрямом підготовки 6.170203 «Пожежна безпека» та 6.170201 «Цивільний захист». / Упор. Отрош Ю.А., Ступак Д.О. – Черкаси: ЧПБ, - 2016. – 54 с.